ESCOLA SUPERIOR NÁUTICA INFANTE D. HENRIQUE

PROBABILIDADES E ESTATÍSTICA 2012/2013

Licenciatura em Engenharia de Máquinas Marítimas

Aula 5: Estatística Descritiva

1. Num estudo para analisar a capacidade de germinação de certo tipo de cereal foram semeadas cinco sementes em cada um dos vasos dum conjunto de vasos iguais, contendo o mesmo tipo de solo, e registou-se o número de sementes germinadas. Obtiveram-se os seguintes resultados:

sementes germinadas por vaso	0	1	2	3	4	5
nº de vasos	16	32	89	137	98	25

   (a) De que tipo de variável se trata?

   (b) Calcule a média, a mediana e a moda do número de sementes germinadas.

   (c) Represente graficamente os resultados do estudo de três formas diferentes.

   (d) Calcule a proporção de vasos com mais de três sementes germinadas.

2. De um estudo realizado às classificações finais duma disciplina, expressas numa escala real com valores inteiros entre 0 e 20, obtiveram-se as estatísticas seguintes.

Amplitude	14	Média	11.275	Variância	12.2	Moda	12
1º Quartil	8.5	2º Quartil	11.5	3º Quartil	14		

   (a) Qual o desvio-padrão da amostra?

   (b) Apresente os dados num gráfico de caixa-e-bigodes.

   (c) Qual a percentagem de alunos da turma que tiveram classificação no intervalo $[9, 11]$?

   (d) É possível calcular a percentagem de alunos aprovados?

   (e) De acordo com a informação disponível qual(is) a(s) medida(s) de localização central e de dispersão que melhor representam os dados?

3. As notas finais obtidas em três turmas duma disciplina foram as seguintes:

Turma	1	2	3
alunos	30	35	40
média	13	10	9
desvio padrão	2.0	2.2	2.1

   (a) Calcule a média e o desvio padrão das notas obtidas no conjunto de todos os alunos.

   (b) Se o professor alterar linearmente as notas de forma que a média e o desvio padrão das notas de todos os alunos passem a ser 12.0 e 2.0, respectivamente, calcule a nova nota de um aluno da turma 1 que obteve 10 valores.

4. Realizou-se uma experiência com uma perfuradora hidráulica a fim de conhecer a sua capacidade de perfuração em estruturas rochosas. Para tal foi observada a profundidade (em polegadas) de perfuração em 10 locais, cujos dados se encontram abaixo:

$$10.6 \quad 10.7 \quad 10.1 \quad 10.9 \quad 10.8 \quad 10.2 \quad 11.0 \quad 10.3 \quad 10.5 \quad 10.9$$

   Apresente três medidas de localização e de dispersão para os dados observados, interpretando-as e sugerindo qual a melhor, dentro de cada um dos grupos de medidas.

5. O departamento de pessoal de uma certa firma fez um levantamento dos salários dos 120 funcionários do sector administrativo, tendo obtido os seguintes resultados.

Faixa salarial	Frequência relativa
[0; 2]	0.25
]2; 4]	0.40
]4; 6]	0.20
]6; 10]	0.15

   (a) De que tipo de variável se trata?

   (b) As classes apresentadas têm limites reais ou limites aparentes?

   (c) Calcule aproximadamente a média, a variância e o desvio padrão dos salários.

   (d) Se for concedido um aumento de 100% a todos os funcionários, haverá alteração na média dos salários? E na variância?

   (e) Responda à questão anterior considerando agora o caso de o aumento concedido ser de 2 unidades a todos os funcionários.

6. Uma escola avalia o seu curso através de um questionário com 50 perguntas sobre diversos aspectos de interesse. Cada pergunta tem uma resposta numa escala de 1 a 5, onde a maior nota significa melhor desempenho. Para cada aluno é então encontrada a nota média. Na última avaliação recorreu-se a uma amostra de 42 alunos, e os resultados estão em baixo.

4.1	3.4	4.2	2.7	4.6	2.5	3.3	4.7	4.0	2.4	3.9	1.2	4.1	4.0
3.2	2.2	3.1	2.4	3.8	3.8	1.8	4.5	2.7	2.2	3.7	2.2	4.4	2.8
3.0	2.8	2.3	1.9	3.6	3.9	2.3	3.4	3.3	1.8	3.5	4.1	2.2	3.0

   (a) Determine um conjunto de classes adequado para agrupar estes dados.

   (b) Construa um quadro de frequências onde figurem as frequências absolutas, absolutas acumuladas, relativas e relativas acumuladas.

   (c) Apresente os gráficos num histograma, num polígono de frequências relativas e num polígono de frequências relativas acumuladas.

   (d) Identifique as classes modal e mediana.

   (e) Calcule a média e o desvio padrão usando os dados agrupados e directamente a partir dos dados não agrupados. Compare os resultados.

   (f) Calcule a mediana e os 1º e 3º quartis.

7. Uma disciplina é leccionada anualmente a alunos de cinco cursos distintos. As tabelas seguintes apresentam os resultados obtidos pelos alunos em dois anos consecutivos.

Ano I					
Curso	A	B	C	D	E
Inscritos	35	21	20	23	39
Aprovados	24	11	11	9	19

Ano II					
Curso	A	B	C	D	E
Inscritos	10	10	21	33	45
Aprovados	7	6	12	14	23

(a) Que tipo de frequências se encontram na tabela?

(b) Calcule a frequência relativa de aprovações por curso, em cada ano. Como avalia a evolução dos resultados?

(c) Calcule a frequência relativa de aprovações relativamente ao universo global de alunos. Comente.

8. Os resultados das eleições para Associação de Estudantes numa escola secundária estão parcialmente indicados na tabela seguinte.

Votos	N.º de Votos	Percentagem
Lista A	240	20%
Lista E		15%
Lista V	144	12%
Brancos	30	
Nulos	12	

(a) De que tipo de variável se trata?

(b) Complete a tabela.

(c) Calcule o número total de eleitores.

(d) Indique o número de eleitores que se abstiveram na votação.

(e) Qual a percentagem de votos expressos?

(f) Apresente graficamente os resultados de forma adequada.

Outros exercícios. Apontamentos, Capítulo 2, exercícios 1–30.

ESCOLA SUPERIOR NÁUTICA INFANTE D. HENRIQUE

PROBABILIDADES E ESTATÍSTICA 2012/2013

Licenciatura em Engenharia de Máquinas Marítimas

Aula 8: Axiomática da Teoria das Probabilidades

1. Num lançamento de um dado viciado, a probabilidade de ocorrer cada número ímpar é o dobro da probabilidade de ocorrer cada número par.

   (a) Indique qual o espaço de resultados e calcule a probabilidade de cada acontecimento elementar.

   (b) Calcule a probabilidade de o número de pontos obtido no lançamento do dado ser superior a 3.

   (c) Calcule a probabilidade de o número de pontos obtido no lançamento do dado ser um quadrado perfeito.

2. Uma moeda é lançada até aparecer uma coroa. Determine a probabilidade de a moeda ser lançada exactamente seis vezes.

3. Retirando simultaneamente três cartas de um baralho, qual a probabilidade de serem todas do mesmo naipe?

4. Num conjunto de oito pessoas, calcule a probabilidade de:

   (a) pelo menos duas fazerem anos no mesmo dia da semana;

   (b) pelo menos duas fazerem anos no mesmo mês;

   (c) pelo menos duas fazerem anos no mesmo dia (do ano).

5. Sejam A e B acontecimentos tais que $P(A) + P(B) = x$ e $P(A \setminus B) = y$. Determine, em função de x e de y, a probabilidade de:

   (a) não se realizar nenhum dos dois acontecimentos;

   (b) se realizar um e um só dos dois acontecimentos;

   (c) se realizar pelo menos um dos dois acontecimentos;

   (d) se realizar quanto muito um único acontecimento.

6. Uma lotaria tem 10.000 bilhetes numerados de 0000 a 9999. O número do primeiro prémio é o número do bilhete saído numa extracção ao acaso.

   (a) Qual a probabilidade de o primeiro prémio sair ao número 6789?

   (b) Se o jogador comprar todos os bilhetes cujos números têm todos os algarismos iguais, qual a probabilidade de lhe sair o primeiro prémio?

   (c) Qual a probabilidade de o número premiado ter todos os algarismos diferentes?

7. Um grupo de apostadores do totobola decidiu jogar todas as apostas possíveis contendo 7 vitórias em casa, 4 empates e 3 vitórias fora. Calcule a probabilidade de esse grupo ganhar o totobola.

8. Calcule a probabilidade de obter pelo menos dez pontos no lançamento simultâneo de dois dados.

9. Um dado equipamento é constituído por 10 transístores, dos quais dois são defeituosos. Suponha que dois transístores são seleccionados ao acaso, com reposição.

   (a) Escreva o espaço de resultados correspondente a esta experiência aleatória e calcule as probabilidades de cada acontecimento elementar.

   (b) Calcule a probabilidade de:

      i. sair um transístor defeituoso na 1ª tiragem;
      ii. sair um transístor defeituoso na 2ª tiragem;
      iii. sair pelo menos um transístor defeituoso;
      iv. sair exactamente um transístor defeituoso.

   (c) Responda novamente às alíneas anteriores considerando que não houve reposição.

10. Uma urna contém 5 bolas brancas e 5 bolas pretas. Dois jogadores, A e B, tiram alternadamente e um de cada de vez uma bola da urna. O jogador que tirar a primeira bola branca ganha a partida.

   (a) Considere a experiência aleatória associada a este jogo e escreva o correspondente espaço de resultados.

   (b) Calcule a probabilidade de cada jogador ganhar a partida sabendo que o jogador A é o primeiro a tirar a bola de urna.

   (c) Responda novamente às alíneas anteriores considerando que as bolas são extraídas com reposição.

11. Um teste realizado com um dado viciado permitiu concluir que:

   - os números 1 a 4 têm a mesma probabilidade p_1 de sair;
   - os números 5 e 6 têm a mesma probabilidade p_2 de sair;
   - os acontecimentos "sair um valor entre 1 e 4" e "sair um valor entre 4 e 5" são equiprováveis.

   (a) Calcule os valores de p_1 e p_2.

   (b) Qual é a probabilidade de, em dez lançamentos, a face 5 sair pelo menos em três deles?

Outros exercícios. Apontamentos, Capítulo 2, exercícios 1–11, 20 e 26.

ESCOLA SUPERIOR NÁUTICA INFANTE D. HENRIQUE

PROBABILIDADES E ESTATÍSTICA 2012/2013

Licenciatura em Engenharia de Máquinas Marítimas

Aula 10/11: Probabilidades condicionadas

1. Um geólogo crê que existe petróleo numa certa região com probabilidade 0.8 e que, caso haja petróleo, a probabilidade de sair petróleo na primeira perfuração é de 0.5.

   (a) Qual a probabilidade de sair petróleo na primeira perfuração?

   (b) Tendo-se procedido à primeira perfuração sem se ter encontrado petróleo, qual é a probabilidade de existência de petróleo na região?

2. Num dado país, 5% da população sofre de hipertensão e, de entre estes, 75% ingerem bebidas alcoólicas. De entre os que não são hipertensos, 50% ingerem bebidas alcoólicas.

   (a) Qual a percentagem de pessoas que bebem álcool?

   (b) Qual a percentagem de pessoas que, bebendo álcool, sofrem de hipertensão?

3. Uma bolsa contém moedas de prata e cobre em igual número. Extraem-se ao acaso e sem reposição duas moedas. Calcule a probabilidade de:

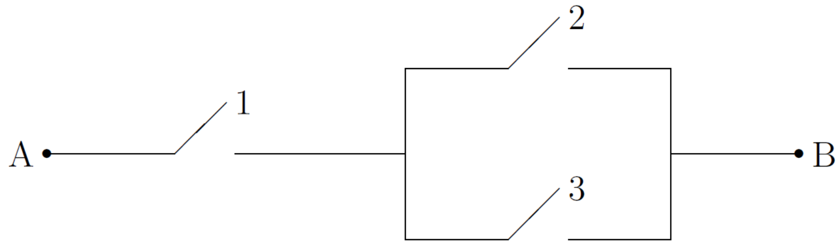
   (a) a segunda moeda extraída ser de prata, sabendo que a primeira era de cobre;

   (b) sair uma moeda de prata na 2ª tiragem;

   (c) uma e uma só das moedas ser de prata;

   (d) pelo menos uma das moedas ser de cobre.

4. Considere o seguinte troço de um circuito eléctrico



   e designe por F_i o acontecimento "o interruptor i está fechado" $(i = 1, 2, 3)$. Suponha que F_1 e F_2 são independentes, com probabilidades iguais a $\frac{1}{2}$, e que F_3 tem uma probabilidade condicional de $\frac{1}{8}$ quando os interruptores 1 e 2 estão fechados e uma probabilidade condicional de $\frac{1}{10}$ quando apenas o interruptor 1 está fechado.

   (a) Verifique que F_1 e o complementar de F_2 são independentes.

   (b) Calcule a probabilidade de o interruptor 2 estar fechado quando há corrente entre os terminais A e B.

5. A execução de um projecto de construção de um edifício no tempo programado está relacionada com os seguintes acontecimentos:

   E escavação executada a tempo

   F fundações executadas a tempo

   S superestrutura executada a tempo

   supostos independentes e com probabilidades iguais a, respectivamente, 0.8, 0.7 e 0.9. Calcule a probabilidade de:

   (a) o edifício ser terminado no tempo previsto devido ao cumprimento dos prazos nas três actividades referidas;

   (b) o prazo de execução ser cumprido para a escavação e não o ser em pelo menos uma das outras actividades.

6. Um navio pesqueiro desapareceu e presume-se que o seu desaparecimento se deva a uma de três possíveis causas:

   C_1 afundou-se quando experimentava um sofisticado sistema de pesca para o qual não estava devidamente apetrechado;

   C_2 foi sequestrado por transportar um carregamento de material nuclear;

   C_3 foi destruído por um temporal.

   Três brigadas de busca e salvamento, B_1, B_2 e B_3, foram enviadas com a missão de procurar o barco, investigando cada uma delas uma das causas (i.e. a brigada B_i investiga a causa C_i). Suponha que:

   - as três causas do desaparecimento são igualmente prováveis;
   - as probabilidades p_i de cada brigada B_i ser bem sucedida quando de facto o barco desapareceu devido à causa C_i são $p_1 = 0.1$; $p_2 = 0.7$; $p_3 = 0.8$.

   Sabendo que a investigação da brigada B_2 resultou infrutífera, calcule a probabilidade de:

   (a) o barco ter sido sequestrado;

   (b) o barco ter sido destruido por um temporal.

7. Numa unidade de produção há duas linhas, L_1 e L_2, que fabricam parafusos. Cada parafuso é classificado como "bom" ou "defeituoso". Sabe-se que:

   - a linha L_1 produz diariamente 45 caixas e a percentagem de parafusos classificados como "bons" é de 95%;
   - a linha L_2 produz diariamente 75 caixas e a percentagem de parafusos "bons" é de 92%;
   - as caixas são todas idênticas.

   No final de um dia escolhe-se aleatoriamente uma caixa do lote da produção conjunta das duas linhas e retira-se um parafuso da caixa. Se este parafuso for defeituoso, qual a probabilidade de ter vindo de uma caixa fabricada pela linha L_1?

8. Registos efectuados levaram a concluir que os motoristas que circulam em determinada estrada cometem dois tipos de transgressões, ditas do tipo I e do tipo II, não se notando nenhum caso em que o motorista cometa ambas as transgressões. De entre 500 motoristas multados, verificou-se serem 100 por transgressões do tipo I. Sabendo que 10% dos motoristas que cometem transgressões do tipo I são multados; que 1% cometem transgressões do tipo I; e que 2% cometem transgressões do tipo II; calcule a probabilidade de que um motorista que circule nessa estrada e cometa uma transgressão do tipo II seja multado.

9. Uma empresa tem três fábricas, A, B e C, que produzem respectivamente 40%, 25% e 35% da produção total da empresa. Cada fábrica produz dois tipos de produtos, P_1 e P_2. Sabe-se que:

   - 50% da produção total é do produto P_2;
   - 55% da produção da fábrica A é do produto P_1;
   - 60% da produção da fábrica C é do produto P_2.

   (a) Seleccionando ao acaso um produto produzido na fábrica B, qual a probabilidade de este ser P_2?

   (b) Seleccionando ao acaso um produto e verificando que se trata de P_1, qual a probabilidade de ter sido produzido na fábrica A?

Outros exercícios. Apontamentos, Capítulo 3, exercícios 12–19; 21–25; 27–29.

ESCOLA SUPERIOR NÁUTICA INFANTE D. HENRIQUE

PROBABILIDADES E ESTATÍSTICA 2012/2013

Licenciatura em Engenharia de Máquinas Marítimas

Aula 14/15: Variáveis aleatórias discretas

1. Considere a variável aleatória discreta X com função de probabilidade

$$P(X=x)=\begin{cases} ax & x=1,2,3 \\ 0 & \text{c.c.} \end{cases}$$

onde a é uma constante real.

   (a) Determine a.

   (b) Determine a função de distribuição de X.

   (c) Calcule a moda, a mediana e o valor esperado de X.

2. Considere a variável aleatória discreta X com a seguinte função de distribuição:

$$F_X(x)=\begin{cases} 0 & x<0 \\ \frac{1}{6} & 0\leq x<2 \\ \frac{1}{4} & 2\leq x<4 \\ \frac{1}{2} & 4\leq x<6 \\ 1 & x\geq 6 \end{cases}$$

   (a) Determine a função de probabilidade de X.

   (b) Calcule:

      i. $P(X\leq 1)$.

      ii. $P(X>5)$.

      iii. $P(0<X\leq 2)$.

      iv. $P(2\leq X<6)$.

3. Uma caixa contém 6 iogurtes, dos quais 2 estão estragados. Retiram-se ao acaso e sem reposição 3 iogurtes.

   (a) Qual a probabilidade de obter quando muito um iogurte estragado?

   (b) Se nas 3 extracções houve apenas um iogurte estragado, qual a probabilidade de ter sido o segundo?

4. O número de partículas emitidas por uma fonte radioactiva ao longo de uma hora é uma variável aleatória com distribuição de Poisson. Sabendo que a probabilidade de não ser emitida qualquer partícula durante duas horas é $\frac{1}{3}$, calcule a probabilidade de que numa hora a fonte emita pelo menos duas partículas.

5. Num armazém encontra-se um lote de 10.000 latas de um produto alimentar em vias de ser distribuído. Dessas, 500 latas já ultrapassaram o prazo de validade. É efectuada uma inspecção com base numa amostra de 15 embalagens escolhidas ao acaso com reposição, sendo o lote rejeitado caso se encontrem mais do que duas embalagens fora do prazo.

   (a) Qual a probabilidade de rejeição do lote?

   (b) Qual o número esperado de latas fora do prazo?

   (c) Se as latas forem inspeccionadas até aparecer uma fora do prazo, qual a probabilidade de se inspeccionarem 4 ou mais latas?

   (d) Nas condições da alínea anterior, qual o número esperado de latas inspeccionadas?

6. Numa fábrica existem três máquinas iguais que trabalham independentemente. A probabilidade de cada uma se avariar num dado espaço de tempo é 0.1. Seja X a variável aleatória que representa o número de máquinas a funcionar decorrido esse período de tempo.

   (a) Escreva a função de probabilidade de X.

   (b) Escreva a função de distribuição de X.

7. Uma máquina de venda de chocolates dá um lucro de 120 euros por semana se não tiver avarias. Se a máquina tiver n avarias ao longo duma semana, o custo de reparação é $(n+1)^2$. Sabe-se ainda que o número de avarias por semana é uma variável aleatória de Poisson com valor esperado $\frac{3}{2}$.

   (a) Calcule a probabilidade de a máquina não se avariar ao longo de uma semana.

   (b) Calcule a probabilidade de a máquina sofrer uma avaria numa semana em que houve necessidade de reparação.

   (c) Calcule o lucro esperado por semana da exploração da máquina.

8. Um processo de fabrico de placas de vidro produz, em média, 4 bolhas de ar espalhadas aleatoriamente por $10m^2$ de placa. Sabendo que a distribuição do número de bolhas de ar pode ser modelada por uma distribuição de Poisson, calcule a probabilidade de:

   (a) uma placa de $2.5m \times 2m$ ter mais de duas bolhas de ar;

   (b) obter, num lote de 10 placas de vidro com $1m \times 2.5m$, seis placas perfeitas.

9. Num casino existem cinco *slot-machines* idênticas. Em cada aposta, um jogador tem uma probabilidade de 1 em 100.000 de ganhar o prémio máximo, de valor fixo. Numa noite típica, são feitas 400 apostas em cada máquina.

   (a) Calcule o valor exacto da probabilidade de o prémio máximo não sair numa noite.

   (b) Indique aproximadamente a probabilidade de haver pelo menos dois jogadores a ganharem o prémio máximo na mesma noite noite.

   (c) Na primeira hora a seguir à abertura do casino, saíram dois prémios máximos na máquina 4. Perante isto, o Sr. Silva decidiu jogar apenas nessa máquina, estimando que a probabilidade de ganhar o prémio máximo seria maior; já a Sra. Silva decidiu jogar numa máquina diferente, achando que a probabilidade de ganhar o prémio máximo na máquina 4 nessa noite seria menor. Qual destas estratégias é melhor? Justifique.

10. Indique uma expressão que permita calcular a probabilidade exacta de que pelo menos duas pessoas de um grupo de 500 façam anos no dia de Natal (considere o ano com 365 dias). Obtenha um valor aproximado para esta probabilidade com base na distribuição de Poisson.

11. A empresa Cruzeiros Maravilha organiza diariamente passeios no Rio Belo, dispondo para o efeito de duas embarcações com a capacidade de 12 lugares, que efectuam cada uma duas viagens por dia.

    Nos meses de Verão, a afluência a estes passeios segue uma distribuição de Poisson, havendo em média 40 inscrições diárias. As inscrições são feitas com antecedência, pelo que se realizam apenas as viagens estritamente necessárias.

    (a) Qual a probabilidade de o número de inscrições num dado dia exceder a capacidade de transporte da empresa?

    (b) Qual a probabilidade de, numa semana, haver pelo menos dois dias em que se realizam apenas três viagens?

    (c) Sabendo que o número de inscrições para o dia 24 de Julho foi superior a 20, qual a probabilidade de se ter excedido a capacidade de transporte da empresa?

12. Num estudo feito ao processo de produção duma fábrica de parafusos, concluiu-se que 1% dos parafusos produzidos eram demasiado finos para serem utilizados, enquanto 2% eram demasiado curtos. O estudo verificou ainda que a ocorrência destes dois defeitos de fabrico era independente.

    (a) Qual a probabilidade de um parafuso não ser utilizável?

    (b) Qual a probabilidade de a máquina produzir consecutivamente um conjunto de 10 parafusos em condições?

    (c) Em média, quantos parafusos em condições são produzidos até sair um parafuso com defeito?

13. Um armazém recebeu uma encomenda de 500 embalagens de um bem, das quais 50 estão deterioradas. A empresa proprietária do armazém efectua inspecções sobre amostras de 10 embalagens recolhidas ao acaso, com reposição.

    (a) Qual a probabilidade de a inspecção rejeitar a encomenda, sabendo que o contrato com o fornecedor admite no máximo duas embalagens deterioradas?

    (b) Havendo 100 armazéns nas condições descritas, em quantos é de esperar a rejeição da encomenda?

14. O número de imperfeições por metro quadrado numa tela de revestimento é uma variável aleatória com distribuição de Poisson de parâmetro $\lambda = 0.7$. A tela é embalada em rolos com seis metros de comprimento e um de largura, sendo os rolos colocados depois em grupos de quatro e apertados com fita de plástico para o transporte. Qual a probabilidade de um rolo ter dez imperfeições?

Outros exercícios. Apontamentos, Capítulo 4, exercícios 1–12, 23, 28, 33, 37, 39, 42–43, 45, 53–55, 57–59.

ESCOLA SUPERIOR NÁUTICA INFANTE D. HENRIQUE

PROBABILIDADES E ESTATÍSTICA 2012/2013

Licenciatura em Engenharia de Máquinas Marítimas

Aula 17: Distribuições contínuas

1. Durante uma tempestade, foram colocadas no mesmo local dez caixas de igual área numeradas de 1 a 10 para recolha de gotas de chuva. Verificou-se que a queda de chuva no conjunto das dez caixas decorria com uma taxa de 150 gotas por minuto. Indique a distribuição e os parâmetros das seguintes variáveis aleatórias:

   (a) o número da caixa em que cada gota é recolhida;

   (b) o número de gotas recolhidas numa determinada caixa num minuto;

   (c) o tempo decorrido entre a recolha de duas gotas consecutivas na mesma caixa.

2. Um estudo sobre picadas de mosquito nos hotéis do Algarve concluiu que o tempo que decorre entre a mesma pessoa ser picada duas vezes por um mosquito é uma variável aleatória com distribuição exponencial e valor esperado quatro horas. Calcule aproximadamente a probabilidade de passarem pelo menos 300 horas até uma pessoa ser picada 60 vezes.

3. Num pequeno porto, o tempo entre chegadas consecutivas de navios segue uma distribuição exponencial com valor esperado de três horas.

   (a) Se num período de três horas não chegar nenhum navio, qual é a probabilidade de decorrer um total de seis horas sem chegadas de navios?

   (b) Indique o número esperado de chegadas de navios ao porto por dia.

   (c) Qual a probabilidade de chegarem mais de seis navios num período de 24 horas?

4. A passagem de navios por um posto de controle alfandegário segue uma distribuição de Poisson com taxa de dez navios por dia.

   (a) Calcule a probabilidade de passarem mais de três navios pelo posto num período de doze horas.

   (b) Durante uma hora não passou nenhum navio pelo posto. Calcule a probabilidade de decorrerem pelo menos mais dez horas sem que passe nenhum navio.

5. Uma empresa vende peças cuja duração em centenas de horas tem distribuição exponencial. A empresa dispõe de um stock de peças de dois tipos, A e B, sendo o valor esperado da duração das peças de tipo A de 200 horas e o das peças de tipo B de 100 horas. De um lote composto de 100 peças do tipo A e 50 peças do tipo B, retirou-se uma ao acaso, cuja duração foi ensaiada. Sabe-se que a duração desta peça foi inferior a 90 horas. Qual a probabilidade de a peça ser do tipo B?

6. O número de mensagens electrónicas recebidas por dia numa pequena empresa de entregas rápidas tem distribuição de Poisson de média igual a 10 horas.

   (a) Qual a probabilidade de a empresa não receber mais do que 7 mensagens num dia?

   (b) Qual é a probabilidade de o intervalo entre duas mensagens consecutivas exceder uma hora?

   (c) Sabendo que na última hora não chegaram mensagens, qual a probabilidade de também não chegar nenhuma mensagem na próxima hora?

7. O tempo de vida duma componente electrónica tem duração exponencial de valor esperado 50 horas. Qual a probabilidade de esta componente ter um tempo de vida superior a 150 horas, sabendo que já funcionou 100 horas?

Outros exercícios. Apontamentos, Capítulo 4, exercícios 13–16, 32, 49.

ESCOLA SUPERIOR NÁUTICA INFANTE D. HENRIQUE

PROBABILIDADES E ESTATÍSTICA 2012/2013

Licenciatura em Engenharia de Máquinas Marítimas

Aula 19: Distribuição normal

1. O estudo em laboratório da temperatura de um determinado tipo de barra metálica indica que esta é normalmente distribuída, com temperatura média de $20°C$ e desvio-padrão de $3.33°C$. Sabendo que as barras só podem ser utilizadas se a sua temperatura estiver compreendida entre $21°C$ e $26°C$, determine a probabilidade de uma barra escolhida ao acaso poder ser usada.

2. Seja X uma variável aleatória com distribuição normal de valor esperado 10 e variância 4 representando o comprimento de uma barra de ferro. Suponha que a barra é considerada não defeituosa se $8 \leq X \leq 12$ e defeituosa caso contrário.
   (a) Qual a probabilidade de que uma barra seja não defeituosa?
   (b) Qual a probabilidade de que, em 10 barras escolhidas ao acaso e com reposição do fabrico diário, pelo menos duas sejam defeituosas?

3. O comprimento das peças produzidas por uma máquina é uma variável aleatória com distribuição normal. Uma peça é defeituosa se o seu comprimento diferir do valor esperado por uma quantidade superior ao desvio-padrão. Sabe-se que 50% das peças produzidas têm comprimento inferior a $2.5mm$ e que 47.5% das peças têm comprimento entre $2.5mm$ e $3.42mm$.
   (a) Calcule os parâmetros da distribuição.
   (b) Determine a probabilidade de uma peça não ser defeituosa.
   (c) Determine a probabilidade de lote de 2.000 peças conter no máximo vinte peças defeituosas.

4. Um atirador acerta num alvo com probabilidade $\frac{1}{3}$. Numa sequência de 30 tiros, calcule aproximadamente a probabilidade do atirador acertar pelo menos 15 vezes no alvo.

5. O tempo de vida de um laser tem distribuição normal com média igual a 7.000 horas e desvio padrão igual a 600 horas.
   (a) Qual é a probabilidade de um desses lasers falhar antes das 5.300 horas?
   (b) Qual é a duração que 90% desses lasers excede?
   (c) Um produto inclui três lasers e falha se algum deles falhar. Se os tempos de vida dos três lasers forem independentes, qual é a probabilidade de o produto durar mais de 7.000 horas?
   (d) Uma componente inclui um laser deste tipo e tem um tempo de vida de 70.000 horas. Qual é a probabilidade de ser necessário substituir o laser mais de dez vezes?

6. Um dos elevadores dum grande edifício público transporta, no máximo, 20 pessoas de cada vez. A carga máxima transportada pelo elevador é de $1.300Kg$. Os utilizadores deste elevador pertencem a um largo estrato duma população em que se verificou que o peso duma pessoa é aproximadamente normal com valor esperado $61Kg$ e desvio-padrão $10Kg$.

   (a) Calcule a probabilidade do peso de 20 utilizadores exceder a carga máxima.

   (b) Sabendo que estão 15 pessoas no elevador com um peso de $950Kg$ e que se espera a entrada de mais cinco pessoas para completar a lotação e iniciar a viagem, determine a probabilidade de o peso total destes 20 passageiros exceder a carga máxima.

   (c) Qual a probabilidade de haver nas 20 pessoas que em certo momento viajam no elevador,

      i. quando muito duas com peso superior a $85Kg$?

      ii. pelo menos uma com peso inferior a $40Kg$?

   (d) Acha que, em face do tipo de população que utiliza o elevador, a carga máxima indicada é adequada?

7. O comprimento das calhas produzidas por uma fábrica segue uma distribuição normal de valor esperado $10m$ e desvio-padrão $2m$. Calcule a probabilidade de serem necessárias mais de dez calhas para cobrir uma extensão de $98m$.

8. O intervalo de tempo, em minutos, entre a passagem de dois comboios numa estação de metropolitano tem, em horas de ponta, distribuição uniforme no intervalo $[5, 15]$.

   (a) Determine a probabilidade de se ter de esperar mais de 8 minutos entre dois comboios.

   (b) Sabendo que o último comboio passou há oito minutos, qual é a probabilidade de se ter de esperar pelo menos mais cinco minutos pelo próximo comboio?

   (c) Na situação da alínea anterior, calcule o valor esperado do tempo de espera adicional.

   (d) Admitindo que os intervalos de tempo entre passagens sucessivas dos comboios são variáveis aleatórias independentes, calcule um valor aproximado para a probabilidade de a média dos intervalos de tempo entre 100 passagens exceder 9 minutos.

Outros exercícios. Apontamentos, Capítulo 4, exercícios 17–22, 24–27, 29–31, 34–36, 38, 40–41, 44, 46–48, 50–53, 56, 60, 61.

ESCOLA SUPERIOR NÁUTICA INFANTE D. HENRIQUE

PROBABILIDADES E ESTATÍSTICA 2012/2013

Licenciatura em Engenharia de Máquinas Marítimas

Aula 24/26/28: Inferência estatística

1. Um representante de uma marca de automóveis pretende estimar a percentagem de clientes que tencionam substituir o seu veículo pelo novo modelo, a ser comercializado no início de Junho. Estudos anteriores indicam que esta percentagem ronda os 50%. Qual deve ser a dimensão da amostra de clientes a inquirir para poder estimar essa percentagem com uma margem de erro não superior a 3%, com um nível de confiança de 95%?

2. A ocorrência de fenómenos sísmicos com uma intensidade mínima numa dada região tem distribuição de Poisson. Por forma a determinar a frequência destes fenómenos, uma equipa foi analisar os registos dos últimos cinquenta anos, tendo concluído que ocorriam em média 8.7 destes fenómenos por ano. Determine um intervalo de confiança a 95% para o valor do parâmetro da distribuição.

3. O peso (em gramas) das peças produzidas por uma determinada máquina segue uma distribuição normal de parâmetros μ e σ^2 desconhecidos. Numa amostra de dez peças obtiveram-se as seguintes medições de peso.

$$12.2 \quad 12.0 \quad 11.6 \quad 11.8 \quad 11.9 \quad 12.1 \quad 12.1 \quad 12.3 \quad 11.9 \quad 12.0$$

   (a) Indique estimadores de máxima verosimilhança para μ e σ^2.

   (b) Determine intervalos de confiança a 95% para μ e σ^2.

   (c) Segundo as especificações da máquina, o peso esperado das peças produzidas é de $12g$ e a variância de $0.04g^2$. De acordo com os resultados das alíneas anteriores, pode-se afirmar que estas afirmações são compatíveis com a amostra ao nível de significância de 5%?

   (d) Supondo que não havia variações significativas no valor do desvio-padrão amostral, qual deveria ser a dimensão da amostra por forma a garantir que o intervalo de confiança a 95% para o valor de μ tinha amplitude $0.2g$?

4. O comprimento médio obtido num lote de 25 peças produzidas por uma máquina é de $140mm$. Sabe-se que o comprimento de cada peça é uma variável aleatória com distribuição normal de desvio-padrão $10mm$.

   (a) Qual a estimativa de máxima verosimilhança para o valor esperado do comprimento de cada peça?

   (b) Construa um intervalo de confiança a 95% para este valor esperado.

   (c) Qual a dimensão que a amostra deveria ter para a amplitude desse intervalo ser inferior a $2mm$?

(d) A fábrica afirma que o valor esperado do comprimento das peças é de $142mm$. Os dados obtidos são coerentes com esta hipótese ao nível de significância de 5%?

5. A intensidade da corrente, em amperes, num certo circuito é uma variável aleatória com distribuição normal. Uma amostra de dimensão 12 desta variável conduziu aos seguintes resultados.

$$2.3 \quad 1.9 \quad 2.1 \quad 2.8 \quad 2.3 \quad 3.6 \quad 1.4 \quad 1.8 \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 2.0 \quad 1.9$$

   (a) Indique valores de estimadores centrados para o valor esperado e o desvio padrão desta variável.

   (b) Construa um intervalo de confiança a 99% para o valor esperado da intensidade de corrente.

   (c) Construa um intervalo de confiança a 99% para o desvio padrão da intensidade de corrente.

   (d) Faz sentido afirmar, ao nível de significância de 5%, que o valor esperado da intensidade de corrente é inferior a 2.5 amperes?

   (e) Qual o p-value deste teste?

6. Num teste destinado a comparar a resistência de dois tipos de betão, obteve-se uma resistência média de 3358.1 para o tipo I e 3316.4 para o tipo II. Testes independentes permitem assumir que as resistências de ambos os tipos têm distribuição normal com desvio-padrão 353 (para o tipo I) e 133 (para o tipo II).

   (a) Construa um intervalo de confiança a 95% para a diferença entre os valores esperados das duas populações.

   (b) Será correcto afirmar, ao nível de significância de 5%, que o betão de tipo I é mais resistente do que o de tipo II?

   (c) Será correcto afirmar, ao nível de significância de 10%, que o betão de tipo II é mais resistente do que o de tipo I?

7. Para estimar a diferença de tempos esperados de vida entre fumadores e não fumadores, foram recolhidas duas amostras independentes de 36 não fumadores e 44 fumadores na mesma cidade, tendo-se obtido os seguintes resultados.

	Dimensão	$\overline{x}$	s
Não fumadores	36	72	9
Fumadores	44	62	11

   (a) Calcule um intervalo de confiança a 90% para a diferença dos valores esperados dos tempos de vida.

   (b) Pode afirmar-se ao nível de significância de 5% que a esperança média de vida dos não fumadores é superior à dos fumadores?

   (c) Faz sentido assumir que estes resultados se aplicam à população em geral?

8. Para investigar se existiam discrepâncias entre o sexo dos funcionários duma empresa na mesma categoria profissional, recolheram-se amostras aleatórias de 150 mulheres e 250 homens. A soma dos salários mensais dos homens obtida foi de 256.250 euros, enquanto

a soma dos salários mensais das mulheres foi de 149.400 euros. Sabendo que o desvio-padrão destes salários é de 35.000 euros para as mulheres e 40.000 euros para os homens, indique se, ao nível de significância de 10%, faz sentido afirmar que existe desigualdade entre os sexos no que respeita à remuneração média mensal.

9. Uma empresa de gelados pretende lançar um novo sabor no mercado. Antes, porém, quer garantir que este terá aceitação, pelo que pretende testar o produto numa amostra de potenciais clientes e determinar qual a percentagem destes que gostam do sabor.

   (a) Qual deve ser a dimensão da amostra por forma a obter um intervalo de confiança a 90% para essa percentagem com um erro inferior a 2%?

   (b) Numa amostra de 100 pessoas, 68 afirmaram que gostaram deste sabor. É possível afirmar, ao nível de significância de 5%, que a percentagem de indivíduos que gosta do novo sabor é inferior a 70%?

   (c) Nas mesmas condições da alínea anterior, é possível afirmar, ao nível de significância de 5%, que a percentagem de indivíduos que gosta do novo sabor é superior a 70%?

10. Uma empresa de *marketing* costuma fazer sondagens para determinar o grau de satisfação de utilizadores de um serviço de transportes. O inquérito utilizado demorava em média 12 minutos, com um desvio padrão de 3 minutos; para o tornar mais rápido, a empresa decidiu reformulá-lo e testar um novo modelo. Escolhendo aleatoriamente 36 clientes, o tempo de resposta médio obtido foi de 11.3%. Admitindo que o desvio-padrão do tempo de resposta continua a ser de 3 minutos, pode-se concluir ao nível de significância de 5% que o novo inquérito é de facto mais eficiente?

11. A Longilândia é um pequeno país com dois portos principais. Numa acção de *marketing*, o porto A produziu um anúncio em que afirmava ser o porto mais movimentado do país; contudo, a direcção do porto B duvida da veracidade desta afirmação.

   (a) Sendo o movimento de um porto caracterizado pelo número de navios que por ele passam em cada dia, desenhe um teste de hipóteses para testar a afirmação feita pelo porto A com base no movimento ao longo do último ano (365 dias) ao nível de significância de 10%.

   (b) O número de navios que passaram por dia no porto A ao longo desse período tem um valor médio de 12 e um desvio-padrão de 6.25. Teste, ao nível de significância de 5%, a hipótese de que em média passam 12.5 navios por dia por aquele porto.

   (c) Qual o p-value do teste realizado na alínea anterior?