Institut for Matematik & Datalogi
Syddansk Universitet

August 29, 2003
JBJ

DM17 — Ugeseddel 1

Velkommen til DM17!

Ugesedlen vil fremover udkomme hver uge. Den vil blandt andet indeholde informationer om hvad vi nåede i ugen der gik, hvad der gennemgås ved næste forelæsning, samt opgaver til eksaminatorierne ugen efter. Ugesedlen er tilgængelig via WWW på addressen "http://www.imada.sdu.dk/~jbj/DM17". Desuden kan I finde kopier af ugesedlen ud for Opslagstavlerne ved sekretariatet.

Litteratur

Som lærebog benyttes: H. R. Lewis og C. H. Papadimitriou, Elements of the Theory of Computation, Prentice Hall second edition fra 1998. Bogen Kan købes i boghandelen for 649 kr.

Eksamen

Skriftlig eksamen afholdes den 15. januar 2004, alle skriftlige hjælpemidler er tilladte. Karakter gives efter 13-skalaen med ekstern censur. For at kunne deltage i eksamen skal I have godkendt nogle obligatoriske opgaver, se nedenfor. De af jer der tidligere har fulgt DM17 og **allerede har fået godkendt** de obligatoriske opgaver (men så er dumpet ved eksamen), **skal ikke** lave opgaverne igen.

Forelæsninger:

(1) Faste forelæsninger: tirsdag 12-14 i lokale U43.
(2) Ekstra forelæsning : onsdag 14-16 i lokale U45 i uge 38.

Eksaminatorier:

(1) Hold S1+D1 torsdag 14-16 uge 37-41, 43-51 i lokale U44, samt onsdag 12-14 i uge 50 i lokale U9. Instruktor Lars Kjær Nielsen.
(2) Hold S2+D2 fredag 12-14 uge 37-39,41, 43-51 i lokale U2, samt onsdag 14-16 i uge 50 i lokale U44 Instruktor Uffe Flarup Hansen.

Obligatoriske opgaver

For at kunne deltage i eksamen, skal I have godkendt mindst 3 ud af 4 sæt obligatoriske opgaver. Disse stilles med jævne mellemrum i løbet af semestret og I har 1 uge til at aflevere dem til jeres instruktor. Opgavesættene, som ikke må laves i grupper, består typisk af 2-3 opgaver. Når den første opgave stilles får I flere detaljer.

Nogle vigtige oplysninger:

- **Bemærk at eksaminatorierne først starter i uge 37**
- De manglende øvelser for hold S2+D2 i uge 40 vil blive afholdt efter aftale. Sandsynligvis fredag 12-14 i IMADAs seminarrum. Mere om dette meddeles i god tid.
- **Den planlagte ekstra forelæsning i onsdag 14-16 i uge 36 er aflyst** (jeg skal undervise et andet kursus samtidigt).
- Der vil ikke blive afholdt mere end 15 forelæsninger ialt. Den ekstra forelæning i uge 38 er med for at give mig frihed til at aflyse en af de andre.
- Ekstra forelæsningen i uge 38, samt forelæsningen i uge 39 holdes af Klaus Meer.

Forelæsningen 2/9, 2003:

Vi starter (ikke uventet) med kapitel 1. Det meste af de første seks afsnit forventes at være kendt f.eks. fra DM02, men I bør rekapitulere dem selv, da vi konstant vi bruge disse definitioner med mere.

(1) Generelt om kurset.
(2) Tællelighed. Afsnit 1.4 og 1.5 (dele af)
(3) Alfabeter og Sprog. Afsnit 1.7.
(4) Endelig representation af Sprog. Afsnit 1.8.
(5) Evt start på Afsnit 2.1 om endelige automater.

Træningsopgaver:

Nedenstående opgaver fra første øvelsesgang sidste år (da kurset blev undervist af Klaus Meer) kan I bruge til at træne lidt på. Et par af dem vil også indgå i den første forelæsning, eller øvelserne i uge 37.

As a warm up for the course we like to recall some basic things studied in earlier courses. We shall, however, focus on the way they are used in DM 17. Therefore, we start with one of the most fundamental definitions needed in DM 17, that of a finite alphabet and strings over such an alphabet.

Definition: A finite set $\Sigma := \{a_1, \dots, a_s\}$ is called a *finite alphabet.* A *word* or *string* x over Σ is a sequence $x_1 x_2 \dots x_n$, where all $x_i \in \Sigma$. We say that x has length $n \in \mathbb{N}$ and denote the length by $|x| := n$. For two words $x := x_1 \dots x_n$ and $y := y_1 \dots y_m$ we define their *concatenation* $xy := x_1 \dots x_n y_1 \dots y_m$.

We also define a (unique) word e of length 0 and call it *the empty word* over Σ.

Finally, the set of all words over Σ is denoted by Σ^*.

Problem 1: Consider the finite alphabet $\Sigma := \{0, 1\}$ and define a function $f : \Sigma^* \to \Sigma^*$ recursively as follows:

$$f(e) := e$$

$$f(x0) := f(x)01 \text{ for any } x \in \{0,1\}^*$$

$$f(x1) := f(x)10 \text{ for any } x \in \{0,1\}^*$$

a) Show that all strings $f(x)$ have the same number of 0s and 1s.

b) Define the set S as the image of the function f, i.e. $S := \{y \in \Sigma^* \mid \exists x \in \Sigma^* \; f(x) = y\}$.

   Give a recursive definition of S.

Problem 2: Recall that a set M was called *countable* if there exists an injective function $f : M \to \mathbb{N}$. (For infinite M this is equivalent to the existence of a bijective function from M to $\mathbb{N}$.)

a) Show that the set $\mathbb{N}^2 := \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ is countable.

b) Show that the rational numbers $\mathbb{Q}$ are countable.

c) Show that for any finite alphabet Σ the set Σ^* is countable. What's about countability of a subset of Σ^*?

d) Show that the real numbers are not countable.

Problem 3: For every of the following propositions write down its negation. Then decide whether the proposition or its negation is true. In all cases, Σ denotes a finite alphabet.

a) $\forall n \in \mathbb{N} \; \forall w \in \Sigma^* \; |w| \leq n$

b) $\exists w_1 \in \Sigma \; \forall w_2 \in \Sigma^* \; |w_1| \geq |w_2|$

c) $\forall f : \mathbb{N} \to \Sigma^* \; \exists w \in \Sigma^* \; f(1) \neq w$

Problem 4:

a) Let Σ_1 and Σ_2 be finite alphabets with cardinalities at least 2. Show that there is an injective function $\phi : \Sigma_2^* \to \Sigma_1^*$ such that $\forall w \in \Sigma_2^* \; |\phi(w)| \leq C \cdot |w|$ where $C = \lceil \log_{|\Sigma_1|} |\Sigma_2| \rceil$.

b) Show by a simple counting argument that if $|\Sigma_1| = 1$ then for any injective function ϕ as in a) there is an infinite sequence $\{w_i\}_{i \in \mathbb{N}}, w_i \in \Sigma_2^*$ such that $|\phi(w_i)| \geq |\Sigma_2|^{|w_i|}$.