$$A_{TW} = \{ \langle M,w \rangle \mid M \text{ er en } T(M) \text{ og } w \in L(M) \}$$

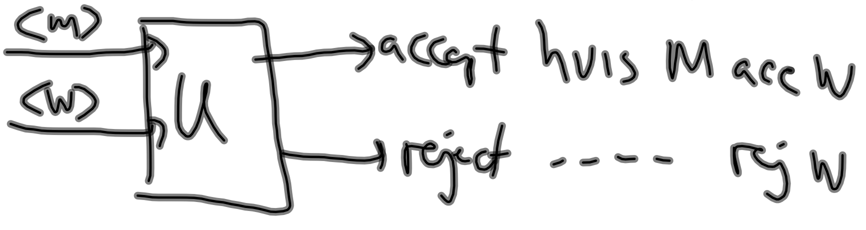
Bemærkning: med bogens def

er $A_{TM} \neq \{ \langle M,w \rangle \mid M \text{ TM som stopper på } w \}$

Thm A_{TW} er recognizable

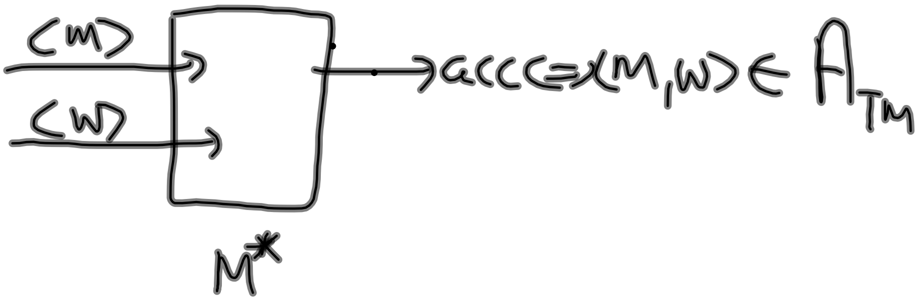
P: U den universelle TM

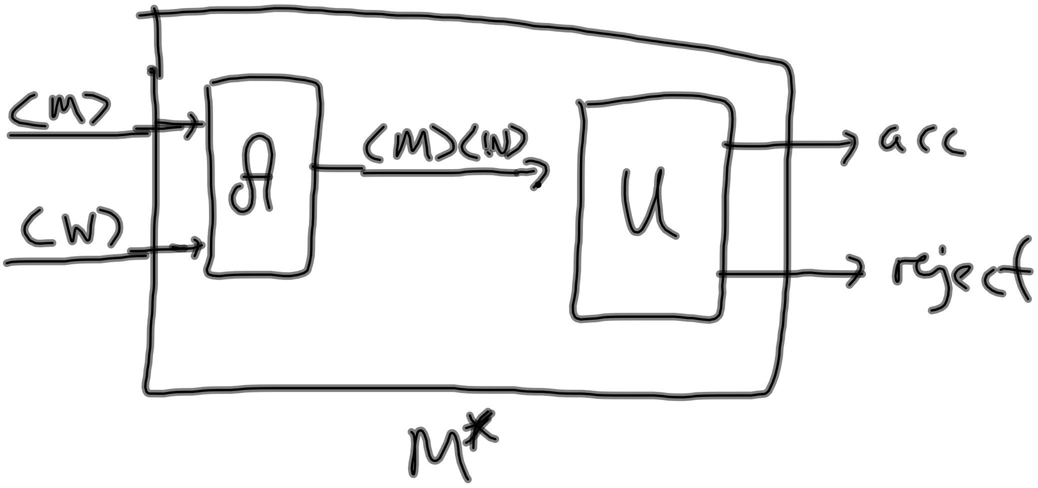
er en recognizer for A_{TW}



Hvad hvis ⟨M⟩ ikke er en TM?

Ønsker





A checker om ⟨M⟩ er en TM og looper hvis den ikke er, ellers sender den ⟨M⟩,⟨W⟩ videre.

M^* accepter (recognizer)
præcis A_{TM}
men den afgør ikke A_{TM} !!

En mgd S er tellelig hvis enten

1. S er endelig, eller
2. $\exists f : S \to \mathbb{N}$
   f 1-1 og på

Ex 1 $S = \{2k \mid k \in \mathbb{N}, k \geq 1\}$

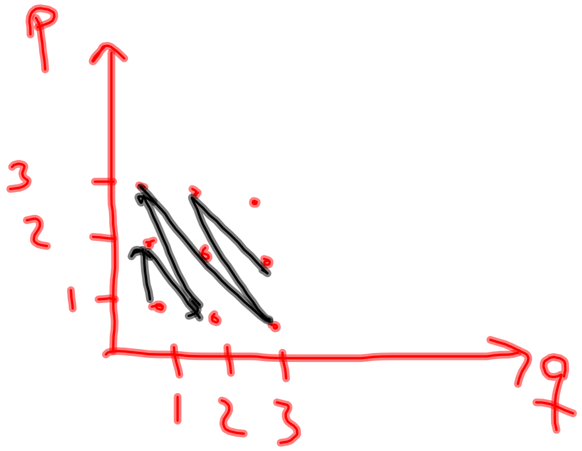
$f : 2k \to k$

Ex 2 : Σ^*

f ordner $w \in \Sigma^*$ i lex order

Ex 3 de rationelle tal

$\frac{p}{q}$ $p,q \in \mathbb{N}$



Thm $\mathbb{R}$ er ikke tællelige!

Thm mgd B af alle binære uendelige strenge er ikke tællelig

P: antag b_1, b_2, b_3 ----- er "tælling"

Lav b^* som følger:

på plads i: $b^* \neq b_i$

$$\begin{array}{ll} & \quad\quad\quad i \\ b^* & \ldots\text{---}0\text{---} \\ b_i & \text{----}1 \\ & \\ b^* & \text{-----}1\text{---} \\ b_i & \text{-----}0\text{----} \end{array}$$

Men så $\nexists j$ så $b^* = b_j$

fordi $b^* \neq b_j$ på plads j!

<u>observation</u> Ethvert sprog L over Σ er en delmgd af $P(\Sigma^*)$

L kan beskrives vha binære strenge udfra en lexorder af Σ^*:

0 1 1 0 0 1 1 1 ··· og omvendt

$\varepsilon \notin L$

streng no 2 i lexorder er i L

<u>Thm</u> mgd alle strenge over Σ er ikke-tællelig

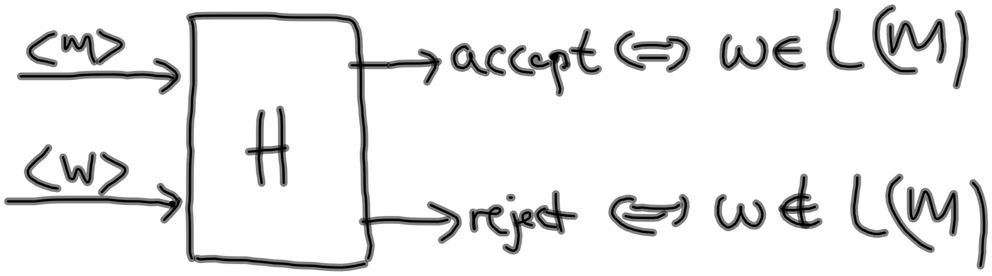
observation: Enhver TM M recogniser (accepter) præcis et sprog $(L(M))$ over det universelle alfabet Σ_u

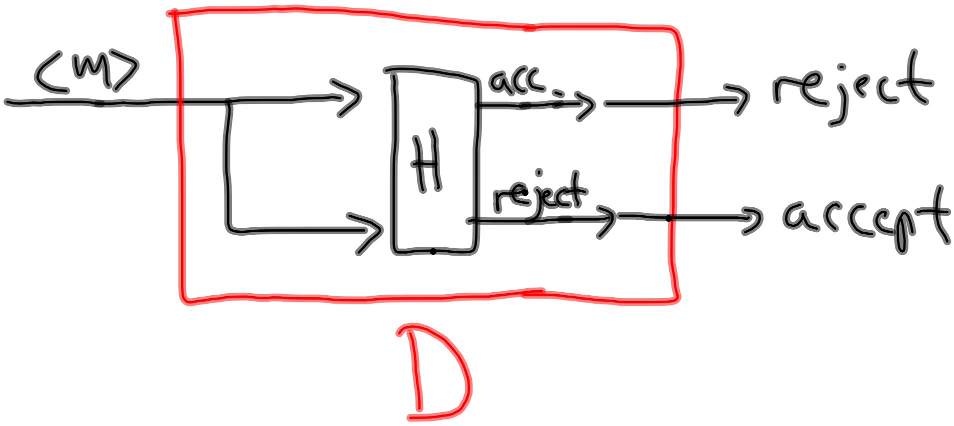
- Vi så at der er ikke-tælligt mange sprog over Σ_u
- Der tælligt mange Turing maskiner.

Konklusion: "næsten alle" sprog er ikke Turing-recognizable.

Thm 4.11 A_{TM} er uafgørligt

Pf: antag at $\exists$ TM H:





$$D(\langle M \rangle) = \begin{cases} \text{accept if } \langle M \rangle \notin L(M) \\ \text{reject if } \langle M \rangle \in L(M) \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$D(\langle D \rangle) = \begin{cases} \text{accept} \Leftrightarrow \langle D \rangle \notin L(D) \\ \text{reject} \Leftrightarrow \langle D \rangle \in L(D) \end{cases}$$

dus $\langle D \rangle \in L(D) \Leftrightarrow \langle D \rangle \notin L(D)$

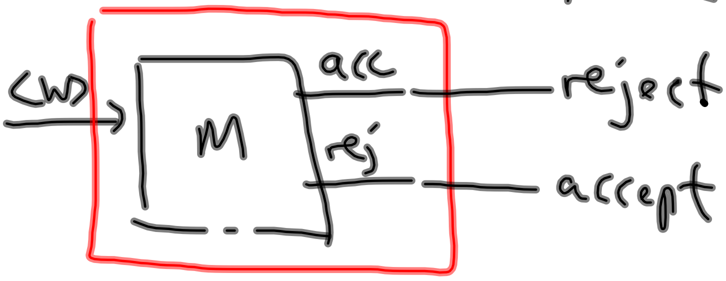
$\neg \in$

Thm 4.22 L er afgørligt

$\Updownarrow$

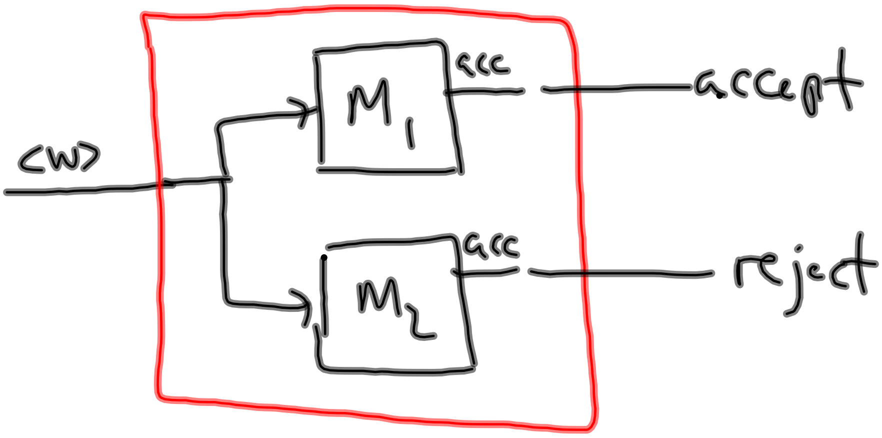
L og $\overline{L}$ begge er recognizable

B: $\Downarrow$ L afgørligt og M afgør L så er $L(M) = L$ dvs L er en recognizer for L



$\overline{M}$ afgør $\overline{L}$

$\Uparrow$ antag at M_1, M_2 er recognizer for L hhv $\overline{L}$



M^* afgør L

M^* simulerer M_1 og M_2 samtidigt:

1 skridt M_1 og M_2
2 - - - - - - -
⋮
k skridt M_1 og M_2

indtil en af dem stopper.

A_{TM} ej afgørligt

$\Downarrow$ Thm 4.22

$\overline{A_{TM}}$ er ikke recognizable!

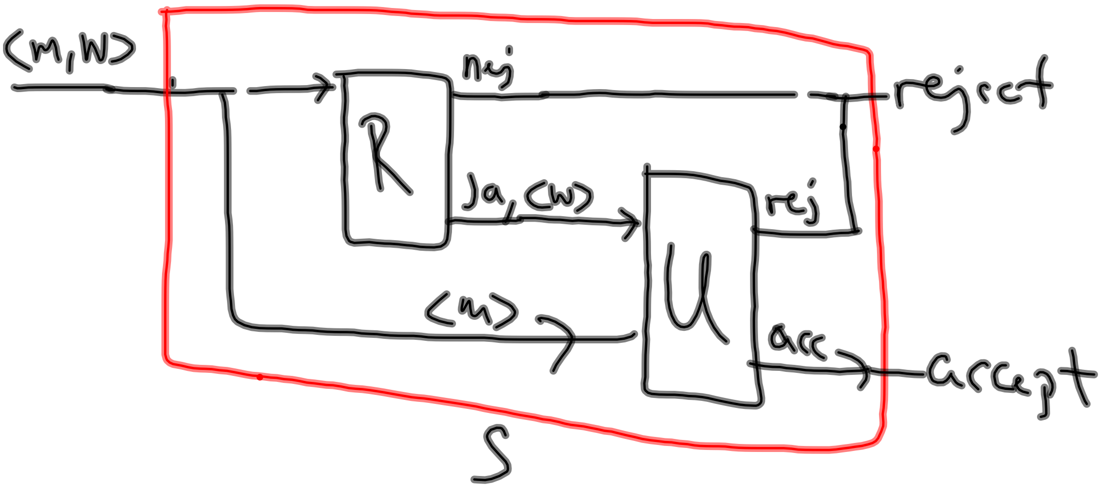
$\overline{A_{TM}} = \{ \langle M, w \rangle \mid$ Enten er $\langle M \rangle$ ikke en TM eller M er TM men $w \notin L(M) \}$

Rigtige halting problem:

$HALT = \{\langle M,w\rangle \mid M$ er TM $\wedge$ M stopper på w $\}$

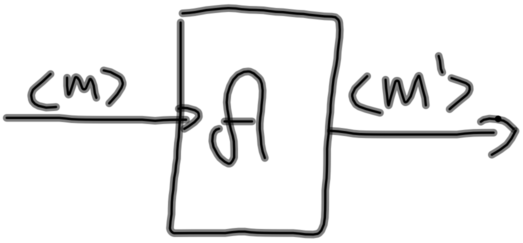
Thm 5.1 HALT er uafgørligt

B: antag $\exists$ TM R som afgør HALT "ja/nej"

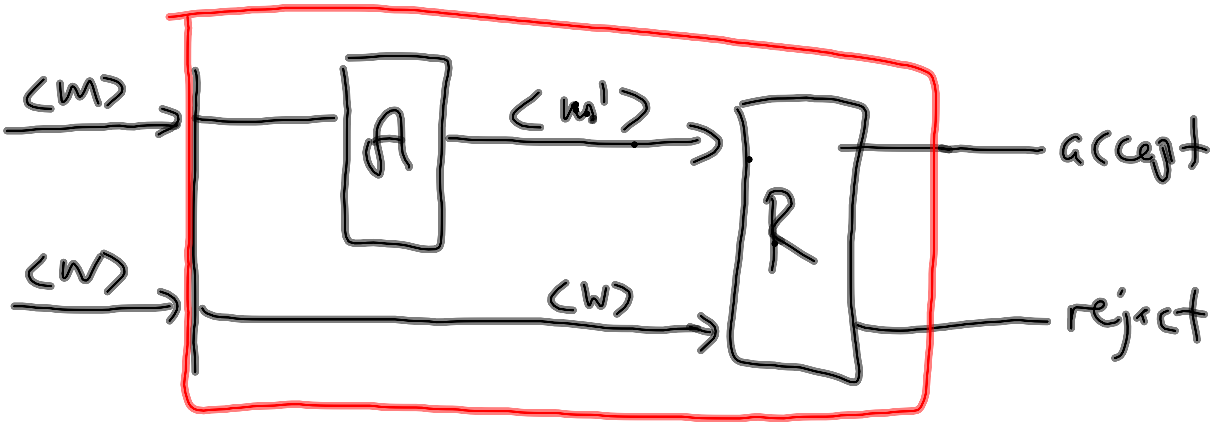


S afgør A_{TW}

alternativ strategi/bevis



A laver M om til M'
som er M bortset fra at M'
looper hvis M ville sige reject
A kan realiseres vha en TM



S' afgør A_{TM}

Konklusion: R findes ikke
fordi vi ved at A_{TM} er uafg.