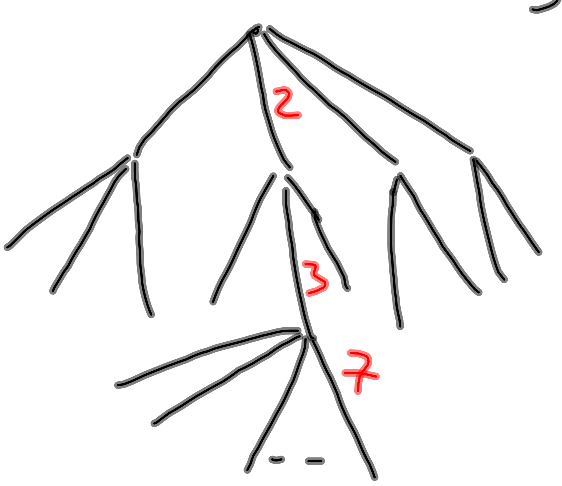
simulere en NDTM

Via strenge i lexorder

237 : Først tag overg. 2

Så overg 3

Så over 7



1: arbejdsbånd for M

2: <M>

3: 237

Hvordan laver vi "bånd 3"?

#oo#ooo#ooooooo#

Hvordan "koder" vi: M $(\langle M \rangle)$?

Essentiel observation:

Ethver TM er endeligt beskrevet (Q, Γ, overgange)

Definer $A = \{a_1, a_2, a_3, \ldots\}$ ∞ mgd

$Q = \{q_1, q_2, q_3, \ldots\}$ —"—

Hvis givne M har r tilstande og $|\Gamma| = t$:

$Q(M) \sim \{q_1, q_2, \ldots q_r\}$

$\Gamma(M) \sim \{a_1, a_2, \ldots, a_t\}$

Dvs Enhver TM kan antages at have tilstande, alfabet som er endelige delmgd af A, Q

$q_i \sim q_{i \text{ binært}}$ $a_j \sim a_{j \text{ binært}}$

$q_7 \sim q_{111}$

<M> : ~ overgangstabellen
udtryk vha a_i, q_j'er

$(q_{001}, a_{0001})(q_{001}, a_{0010})\ldots$

$(q_{111}, a_{0001})(q_{1111}\, a_{1111})$

alle binære index'er for tilst (symb) lige lange

mangler dentilst, symbol, hoved bev
Vi går til

Den universelle TM U

bruger $\langle M \rangle$ og $\langle w \rangle$

til at simulere M på w

starter sådan:

1: $\langle w \rangle$ $\sim$ $a_{0101} a_{1100} a_{0001} \cdots$

2: $\langle M \rangle$

3: 'q_1' $\leftarrow$ starttilst for M

Korrekt repr af én overgang:

$$((q_{0010}, a_{110}), (q_{0110}, a_{001}, R))$$

Bemærk: U stopper på $\langle M, w \rangle$

$\Updownarrow$

M stopper på w

og U accepterer $\langle M, w \rangle$

$\Updownarrow$

M accepter w

Tilbage til simulering af NDTM:

sim. alle beregn med 3 skridt

køretid $\sim b + b^2 + b^3 + \ldots + b^r$

når NDTM M tager r skridt og b er max # overgange $(q,a) \to$

dvs eksponentielt ifht r.

Enumerator E: TM med et ekstra output bånd

L(E) = de strenge som E outputter når den startes på ε

Thm 3.?.1

L er Turing-enumerabelt
$\Updownarrow$
L er recognizable

$\Downarrow$ Givet E som enumerer L:

M: på input w:

kør E

når E printer w'

sml $w = w'$?

ja $\Rightarrow$ accepter w.

$\Uparrow$ Givet M så $L(M) = L$:

$s_1, s_2, s_3, \ldots$ lex af strenge i Σ^*

E: i skridt j:

simuler M j skridt på

hver af $s_1, s_2, \ldots, s_j$

M acc $s_r \Rightarrow$ output s_r

$L(E) \subseteq L(M)$ og $=$!

Kap 4 afgørlighed.

$$A_{DFA} = \{\langle B, w\rangle \mid B \text{ er en DFA} \wedge w \in L(B)\}$$

$$\langle B, w\rangle \in A_{DFA} \Leftrightarrow w \in L(B)$$

så vi har repræsenteret problemet $w \in L(B)$? til problemet at afgøre om strengen $\langle B, w\rangle$ ligger i sproget A_{DFA}

<u>Thm</u> A_{DFA} er afgørligt
(decidable)

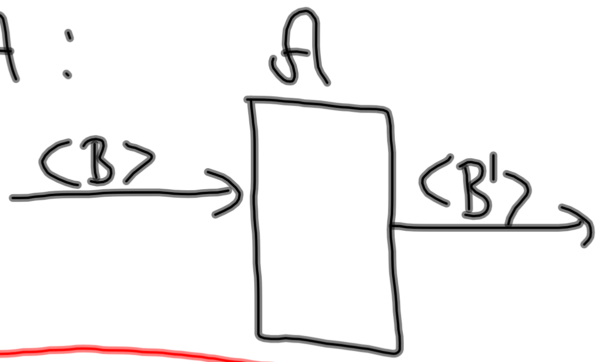
M_1: på input $\langle B, w \rangle$

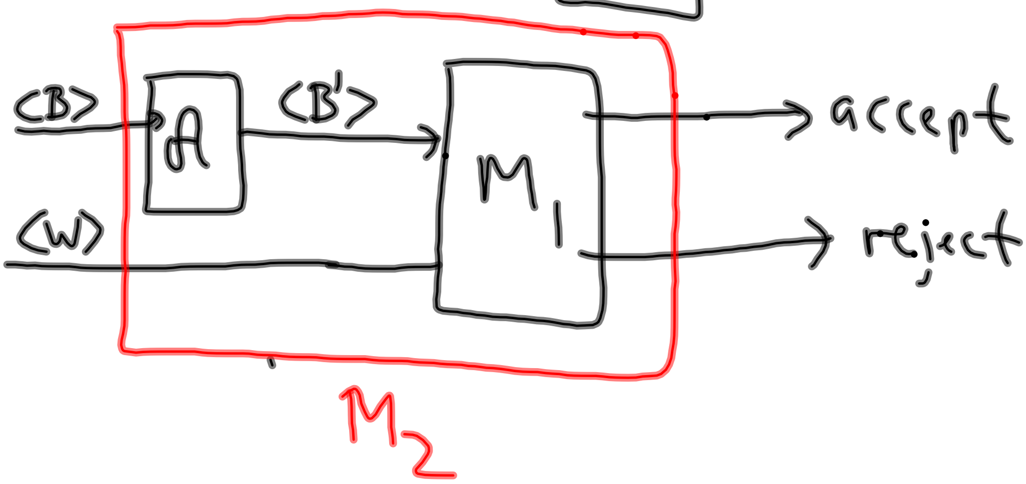
1. Check om B er en DFA
   hvis ikke → reject
2. Simuler B på w
3. Hvis B i accept tilst
   accepter
   ellers reject.

$$A_{NFA} = \{\langle B, w\rangle \mid B \text{ NFA} \wedge w \in L(B)\}$$

<u>Thm</u> A_{NFA} er afgørligt

<u>P:</u> $\mathcal{A}$ algoritme der laver ækv. DFA:



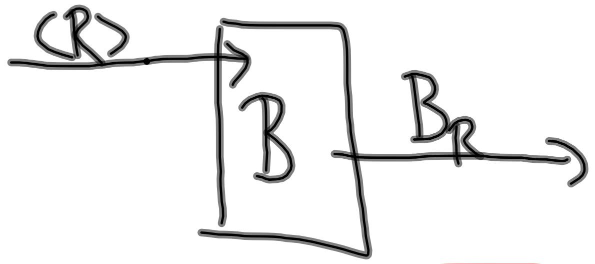


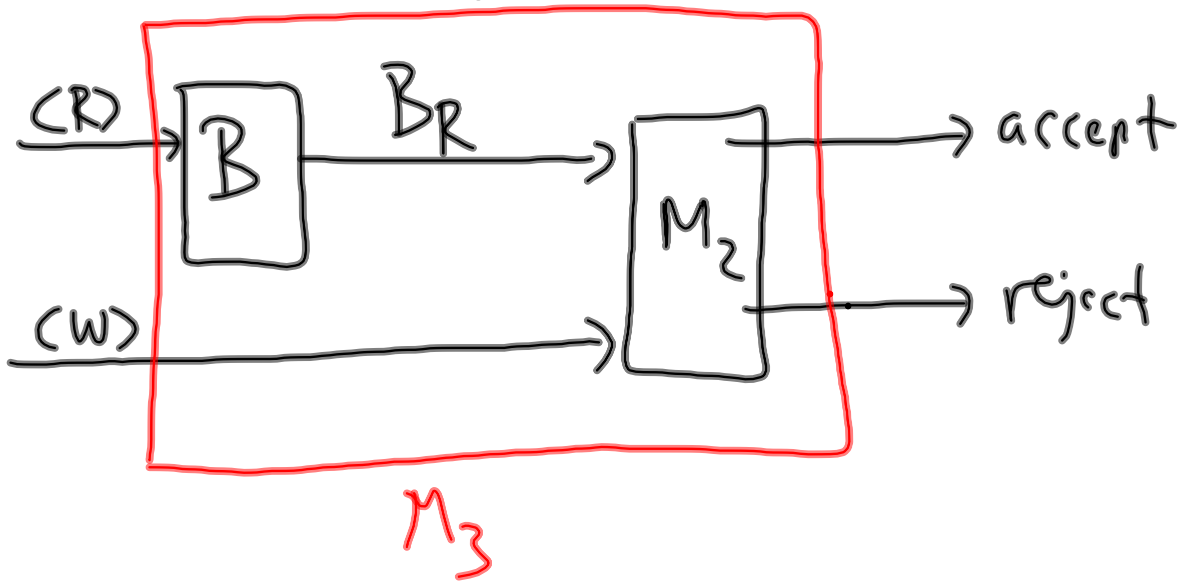
M_2 afgør A_{NFA}

$A_{REX} = \{\langle R, w\rangle \mid R \text{ reg. expr.} \wedge w \in L(R)\}$

<u>Thm</u> A_{REX} er afgørligt

P: B alg der konverterer reg. udtryk til ækv NFA





M_3 afgør A_{REX}

$$E_{DFA} = \{\langle A\rangle \mid A \text{ DFA} \wedge L(A)=\emptyset\}$$

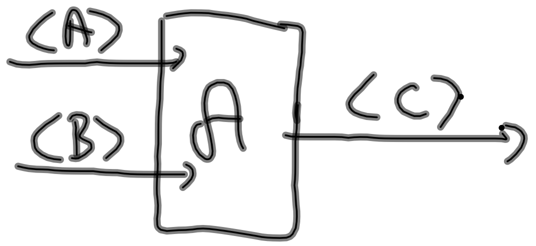
<u>Thm 4.4</u> E_{DFA} er afgørligt

P: 1. check om $\langle A\rangle$ er lovlig
hvis nej: reject
2. Led efter vej fra q_0 til F
Ved at markere tilstande.

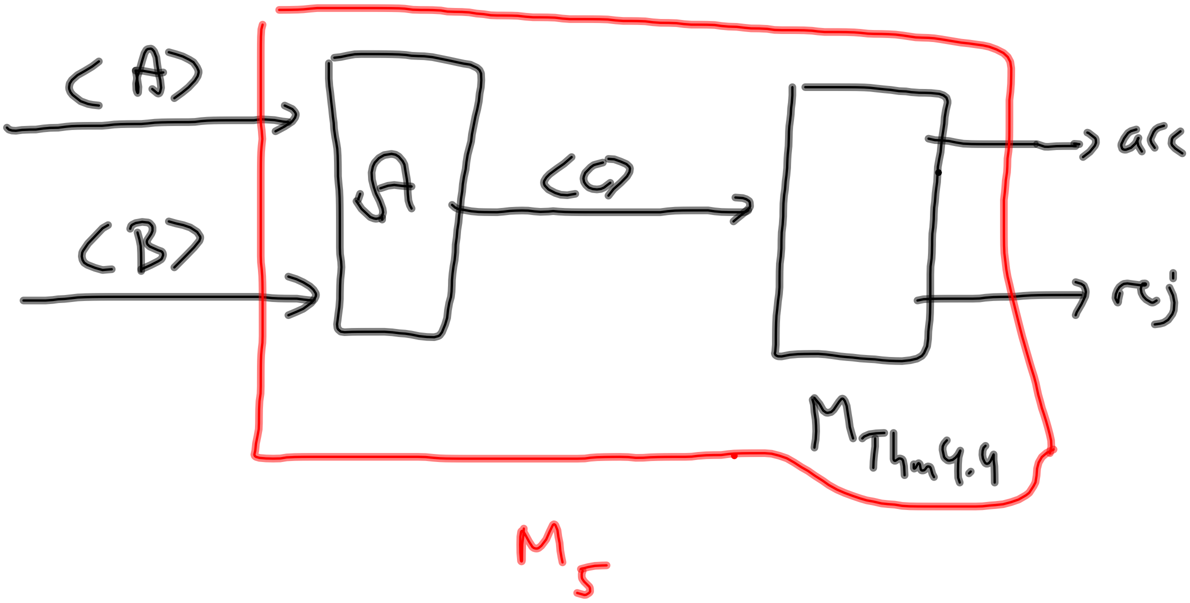
$$EQ_{DFA} = \{\langle A,B\rangle \mid A,B \text{ DFA'er} \wedge L(A)=L(B)\}$$

<u>Thm</u> EQ_{DFA} er afgørligt

<u>P</u>:



Så $L(C) = (L(A) \cap \overline{L(B)}) \cup (\overline{L(A)} \cap L(B))$
hvis A og B er DFA'er
ellers er C DFA med $L(C) = \Sigma^*$



M_5 afgør EQ_{DFA}

$A_{CFG} = \{ \langle G, w \rangle \mid G \text{ CFG} \wedge w \in L(G) \}$

<u>Thm 4.7</u> A_{CFG} er afgørligt

<u>P</u>: Konverter $G \to G'$ CNF
så $L(G') = L(G)$

Så har enhver afl. af w i G'
$2|w|-1$ skridt
prøv <u>alle</u> afl. af lgd $2|w|-1$

$\square$

$$E_{CFG} = \{\langle G\rangle \mid G \text{ CFG} \wedge L(G) = \emptyset\}$$

<u>Thm</u> E_{CFG} er afgørligt

<u>P:</u> ønsker at checke:

$\exists \beta$ streng af terminaler

så $S \overset{*}{\Rightarrow} \beta$

<u>Ide</u> marker symboler

som kan aflede streng

af terminaler:

Hvis $A \to U_1 U_2 \cdots U_t$

og alle U_i er markerede

så marker A.

Start: marker alle terminaler

$L(G) \neq \emptyset$

$\Updownarrow$

S bliver markeret