

Skriftlig Eksamen

Automatteori og Beregnelighed (DM17)

Institut for Matematik & Datalogi
Odense Universitet

Torsdag den 15 Januar 2004, kl. 9–13

Alle sædvanlige hjælpemidler (lærebøger, notater etc.) samt brug af lomme-regner er tilladt.

Eksamenssættet består af 4 opgaver på 5 nummererede sider (1–5). Fuld besvarelse er besvarelse af alle 4 opgaver. De enkelte opgavers vægt ved bedømmelsen er angivet i procent. Der må gerne refereres til resultater fra lærebogen. Specielt må man gerne begrunde en påstand med at henvise til, at den umiddelbart følger fra et resultat i lærebogen (hvis dette altså er sandt!). I må gerne bruge metoder eller udvidelser af sætninger som er udledt i opgaver, der er stillet i løbet af kurset (**dette gælder specielt de stærke pumpelemmaer og homomorfier**).

Bemærk dog, at det ikke er tilladt at besvare et delspørgsmål, udelukkende med en henvisning til, at det følger af en af opgaverne. Henvisninger til andre bøger (ud over lærebogen) accepteres ikke som besvarelse af et spørgsmål!

OPGAVE 1 (20%)

Lad R være det regulære sprog som er beskrevet ved det regulære udtryk a^*b^* . Vi skriver også $R = a^*b^*$

Spørgsmål a:

Konstruer en DFA M , der accepterer R (dvs $L(M) = R$).

Spørgsmål b:

Konstruer en DFA der accepterer komplementet til R , dvs sproget $L = \{a, b\}^* - R$.

Spørgsmål c:

Opskriv et regulært udtryk, der beskriver L .

OPGAVE 2 (30%)

Lad $L = \{xx : x \in \{a, b\}^* \text{ og } x = x^R\}$

Spørgsmål a:

Bevis, at L ikke er regulært.

Spørgsmål b:

Bevis, at L er en ægte delmængde af sproget $L' = \{x \in \{a, b\}^* : x = x^R\}$.

Spørgsmål c:

Er L kontekstfrit? Svaret skal begrundes!

Spørgsmål d:

Vis at L er afgørligt ved at beskrive en deterministisk Turing maskine M som afgør L . Det er tilstrækkeligt at beskrive M i ord, samt angive båndindhold for passende udvalgte tidspunkter under M 's beregning.

Spørgsmål e:

Gør rede for at $L \in \mathcal{P}$.

OPGAVE 3 (20%)

Lad $G = (V, \{a, b\}, R, S)$ være en kontekstfri grammatik, hvor R består af følgende produktioner:

$$S \rightarrow aSb, S \rightarrow SS, S \rightarrow ab$$

Spørgsmål a:

Konstruer en grammatik G' i Chomsky normalform, så $L(G') = L(G)$.

Spørgsmål b:

Angiv en stakautomat M som opfylder at $L(M) = L(G)$.

Spørgsmål c:

Beskriv sproget $L' = L(G) \cap a^*b^*$ og angiv en kontekstfri grammatik for dette sprog.

Spørgsmål d:

Er L' regulært? Svaret skal begrundes!

OPGAVE 4 (30%)

For hver af nedenstående påstande skal du med begrundelse angive hvilke der er korrekte og hvilke der er forkerte. Når der snakkes om kodninger, eller notationen “ M ” eller “ w ” anvendes, menes der altid mht den universelle kodning fra bogens afsnit 5.2.

Du skal give et detaljeret argument for hvert af dine svar

- (a) Lad $L_1 = \{a^n cx : n \geq 1, x \in \{a, b\}^* \text{ og } |x| \geq n\}$. Her betegner $|x|$ længden af x . Påstand: L_1 er regulært.
- (b) Lad $L_2 = \{a^n : n \text{ er ikke et primtal}\}$. Påstand $L_2 \in \mathcal{NP}$.
- (c) Påstand: Hvis L og L' er leksikografisk Turing-enumerable, så er $L \cap L'$ også leksikografisk Turing-enumerabelt.
- (d) Lad $L_3 = \{\text{“}M\text{”} : M \text{ standser på flere strenge af længde 10, end af længde 100}\}$. Påstand: L_3 er uafgørligt.
- (e) Lad os sige at en Turing maskine M har egenskaben $Q(w)$ hvis M , når den startes med input w vil besøge mindst en af sine tilstande mere end 3 gange (dvs M vil være i den samme tilstand q på mindst 4 forskellige tidspunkter under M 's kørsel på w).
Lad $L_4 = \{\text{“}M\text{”}\text{“}w\text{”} : M \text{ har egenskaben } Q(w)\}$. Påstand: L_4 er afgørligt.