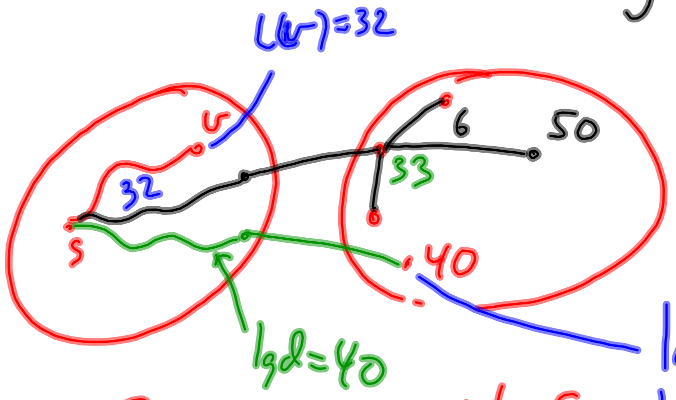
Korrekthed af Dijkst



S   V-S

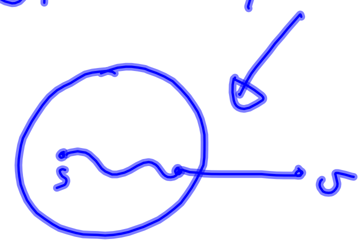
=

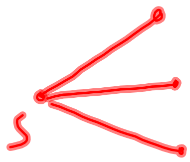
alle har korrekt estimat ($L(v)=d(s,v)$)

lgd af bedste vej med kun sidste kant udenfor S

(I) (i) $L(v)=d(s,v)\ \forall v\in S$

(ii) $L(v)=$ min lgd af $\forall v\in V-S$



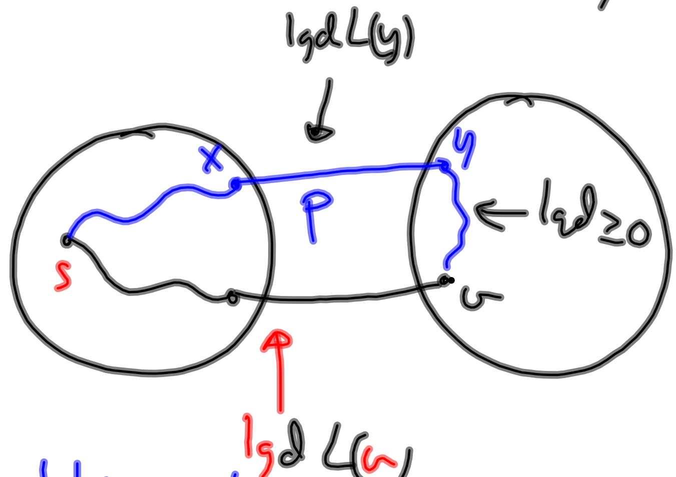


antag (I) ok for S_k (k pkt i S)

v $k+1$'te der indsættes

(ii) holder, da vi opdaterer labels når v indsættes.

Hvis (i) ikke holder for v:
. (når den flyttes)

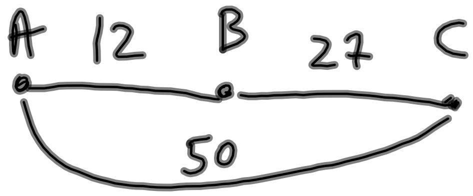


blå vej har lgd < $L(v)$

Så er lgd P mindst $L(y)$
som opfylder

$L(y) \geq L(v)$

modstrid med at (i) ikke holdt
for v.

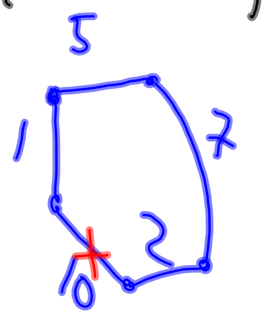


Givet n computere $c_1, c_2 \dots c_n$
og priser for at forbinde
c_i og c_j direkte.

Find billigste mgd af kabler
Så alle kan kommunikere

feb 29-08:34

Samme som at gøre grafen med knudemængd $C_1, C_2 \ldots C_n$ sammenhængende billigst muligt.



hvis mere end $n-1$ kanter

Skal bruge n-1 kanter
ud af $\binom{n}{2}$

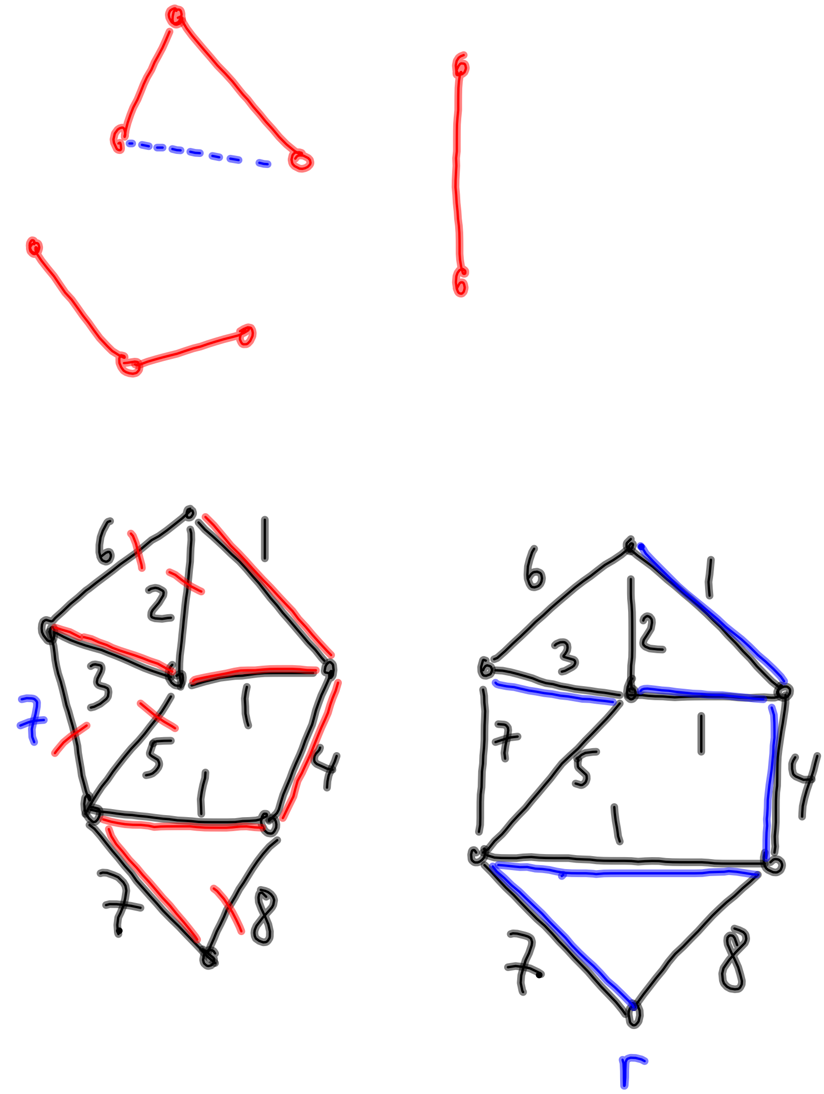
Ide 1. prøv alle $\binom{\binom{n}{2}}{n-1}$
mulige delmgd

Ide 2. Prøv alle udsptræer
n^{n-2} træer

$n=10$ 10^8

$n=20$ $20^{18} = 2^{18} \cdot 10^{18} \sim 10^{23}$

$n=100$ 10^{196}


6
1
2
3
1
7
5
1
4
7
8
6
1
3
2
7
5
1
4
1
7
8
r

Den grådige alg. finder
et optimalt træ. T

B: (vha modstrid)

antag at $\ell(T) > \ell(T^*)$
$\forall$ min.sp.træer T^*
Vælg MST T' som enes med T
længst muligt, dvs hvis
$\underbrace{k_1, k_2, \dots, k_{j-1}}, k_j, \dots, k_{n-1} \in T$
(i rækkeflg som de vælges)

j valgt så $\{k_1, k_2, \dots, k_{j-1}\}$
er med i T' og k_j ikke med
T' valgt så j størst mulig.

$T' + k_j$ indeholder kreds

$\tilde{T} = (T' + k_j) - k'$ er et udsp. træ
$\ell(\tilde{T}) = \ell(T') + \ell(k_j) - \ell(k') \geq \ell(T')$

dvs $\ell(k_j) \geq \ell(k')$

k' kan vælges så k' ikke er i T

men vi har også at

$\ell(k') \geq \ell(k_j)$

thi ellers ville k' være

bedre kant end k_j da

denne blev valgt:

T' indeholder $k_1, k_2 \dots k_{j-1}$ og k'

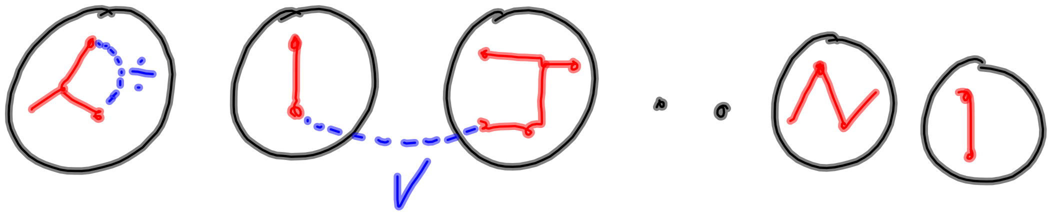
Vi har vist at $\ell(k_j) = \ell(k')$

dvs $\ell(\tilde{T}) = \ell(T')$ så

$\tilde{T}$ mst som enes med T

på $k_1 \dots k_j$! $\rightarrow\leftarrow$

øjebliks billede af grådig alg



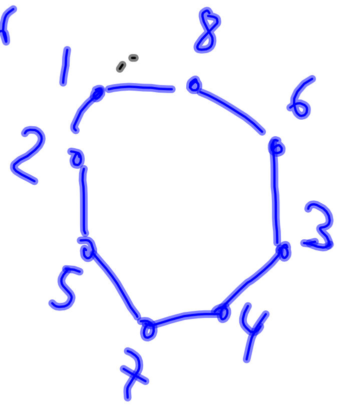
Travelling salesman problemet

Givet K_n med vægte på kanterne

Find en billigste Hamiltonkreds

dvs kreds som indeholder alle
n pkt

samme som at finde den
permutation af pkt som
minimerer omkostning af tilsvarende
kanter



feb 29-09:36

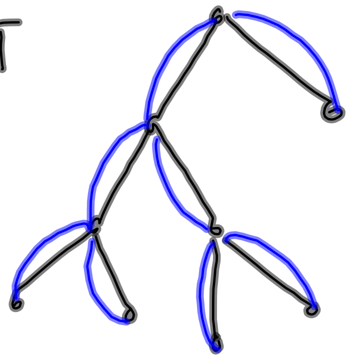
2-approksimations alg
for TSP når Δ-uligheden gælder

1. Find et MST T
2. dobbel alle kanter i T
3. Lav Eulertur W
4. omdan denne til hamiltonkreds
ved at forkorte delture.

feb 29-09:44

1. T

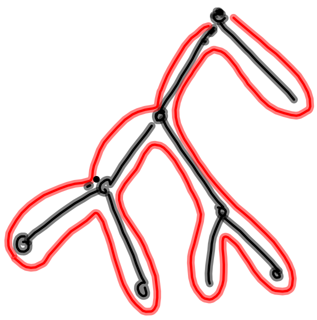
2



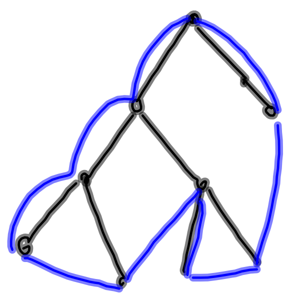
(1) $\ell(T) \leq \ell(H^*)$

H^* optimal hamkreds

3.



W $\ell(W) = 2\ell(T)$



H $\ell(H) \leq \ell(W)$

$$\ell(H) \leq \ell(W) = 2\ell(T) \leq 2\ell(H^*)$$