MM 541 emner

- Basale tælleproblemer

□ På hvor mange måder kan vi vælge en repræsentant fra en mængde af 22 mænd og 27 kvinder?

□ Hvor mange delmængder er der af en mængde X med 20 elementer?

jan 28-13:18

- Hvor mange studerende læser enten matematik eller datalogi hvis der er 60 som læser mat, 120 som læser dat, 15 som læser begge dele?

- Hvor mange forskellige pokerhænder (5 kort ud af 52) findes der
  - hvor mange af disse har mindst en konge?
  - hvor mange er en flush?

jan 28-13:23

□ På hvor mange måder kan man vælge 10 pengesedler som alle er blandt $\{50, 100, 500, 1000\}$?

- hvor mange kan vi vælge hvis der skal være mindst en 50, to 500 og en 1000?

□ Hvor mange løsninger er der til

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 10$$
$$x_i \in \mathbb{Z}_0$$

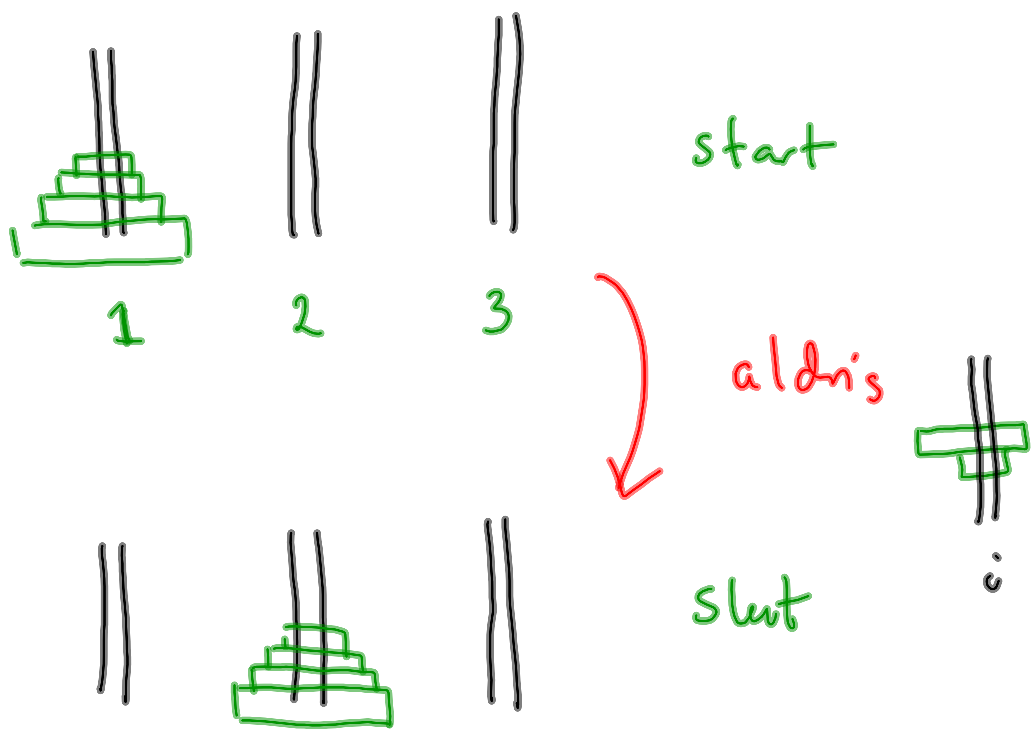
- hvor mange af disse opfylder at

$$2 \le x_1 \le 5$$
$$1 \le x_2 \le 3$$
$$0 \le x_3 \le 3$$
$$0 \le x_4 \le 6$$

- ☐ På hvor mange måder kan man fordele 10 ens bolde i 4 forskellige kasser?
- ☐ På hvor mange måder kan man fordele 10 forskellige bolde i 4 ens kasser?
- ☐ Hvor mange funktioner er der fra en mgd med m elementer til en mgd med n elementer?
  - Hvor mange af disse er på (onto)?
  - Hvor mange er 1-1 ?

jan 28-13:42

Tower of Hanoi

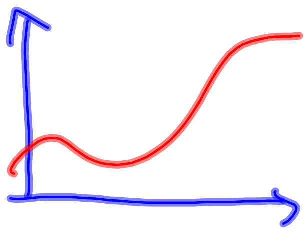


H_n = # træk (minimum) med n brikker

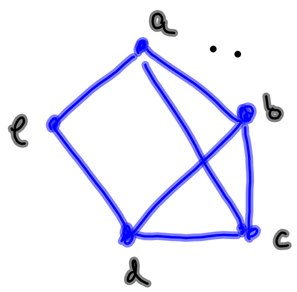
opgave bestem H_n

Grafer

- hvad er det?



← nej!

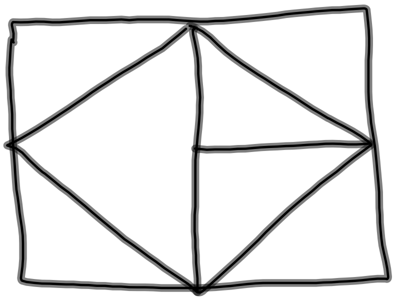


← ja!

$$G = (V, E)$$

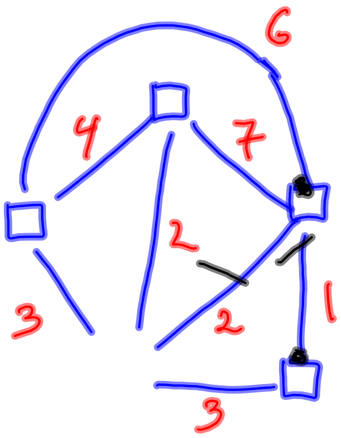
$V = \{a, b, c, d, e\}$ $E = \{ab, ac, ae, bc, bd, cd, de\}$

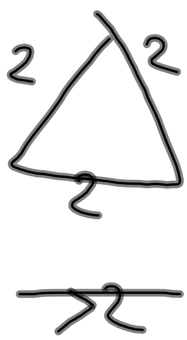
Kan denne tegning tegnes uden at løfte pennen:



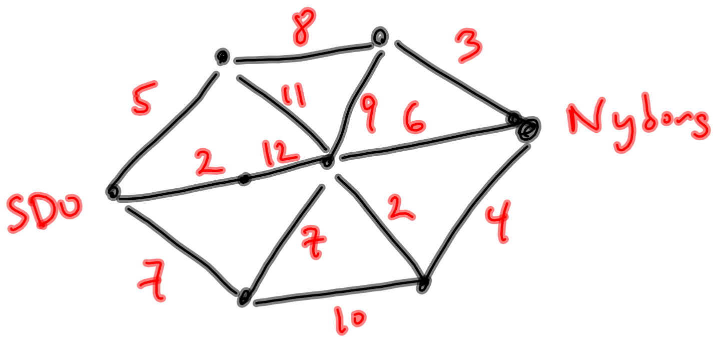
- Kan et postbud gå gennem alle gader i en by præcis en gang og slutte der hvor han startede?
- Hvad er den korteste afstand en skraldebil skal køre hvis den skal samle skrald ind i alle byens gader?

Hvad er den billigste måde
at vælge forbindelser på
mellem en mængde af computere,
så de alle kan kommunikere
via disse forbindelser?





- Find den korteste køretur fra SDU til Nyborg

- 

Linear programmering

$$\min \quad 4x + 7y + 3z \quad \leftarrow \text{pris}$$

når

$$\left.\begin{aligned} 2x + 3y + z &\geq 10 \\ 3x - z &\geq 2 \\ x + 7y + z &\geq 8 \end{aligned}\right\} \text{krav}$$

$$x, y, z \geq 0$$

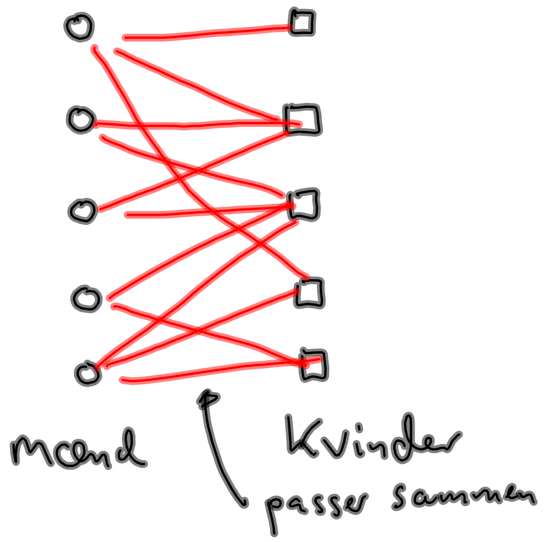
Samme som

$$\min \; [4, 7, 3] \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

så

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & -1 \\ 1 & 7 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \geq \begin{bmatrix} 10 \\ 2 \\ 8 \end{bmatrix}$$

pardannelse



Sp: kan vi sætte de 5 mænd og 5 kvinder i 5 disjunkte par?

Produktreglen.

Lad $A_1, A_2, \ldots, A_n$ være ikke tomme mgd.

Så er $|A_1 \times A_2 \times \ldots \times A_n| = \prod_{i=1}^{n} |A_i|$

$(\underbrace{a_1, a_2, \ldots, a_n}_{X_1 a_n})$, $a_i \in A_i$

- Hvor mange binære strenge er der af lgd n? 011000 $A_i = \{0,1\}$

2^n via prodregel $\rightarrow$ $A_1\ A_2\ \ldots\ A_6$

- Hvor mange delmgd er der af en mgd S med n elementer?

$$S = \{s_1, s_2, \ldots, s_n\}$$

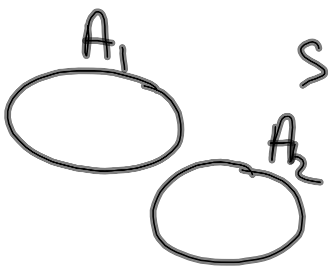
$S' \subseteq S$ repr vha bitstreng

$b_1 b_2 \ldots b_n \in \{0,1\}^n$ 0110110

$b_i = 1 \iff s_i \in S'$

$\#$ delmgd af S = $\#$ binære strenge af lgd n $= 2^n$

- Sum reglen: Hvis $A_1 \cap A_2 = \emptyset$

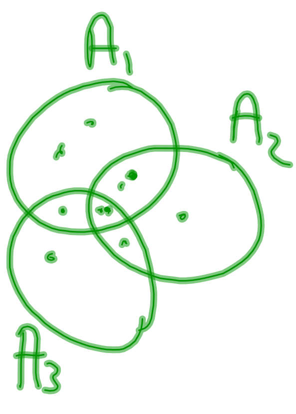


så $|A_1 \cup A_2| = |A_1| + |A_2|$

- Subtraktions reglen

$$|A_1 \cup A_2| = |A_1| + |A_2| - |A_1 \cap A_2|$$

mere generelt?



Ex 6 $\# f : \underset{m}{A} \to \underset{n}{B}$

prod. regel: $n \cdot n \cdot \ldots \cdot n$

$$(\underset{n}{\cdot}, \underset{n}{\cdot}, \ldots\ldots, \underset{n}{\cdot})$$

ex 7 $\#$ 1–1 $f : \underset{m}{A} \to \underset{n}{B}$

$m > n$ svar 0

$m \leq n$ $\quad n \cdot (n-1) \cdot \ldots (n-m+1)$

Ex 16 passwords 6, 7 eller 8

pladser $\in \{a \ldots$

$\{a, \ldots, z\} \cup \{0, 1, \ldots, 9\}$

≥ 1 tal

find $P = \#$ lovlige

$P = P_6 + P_7 + P_8$ sum regel

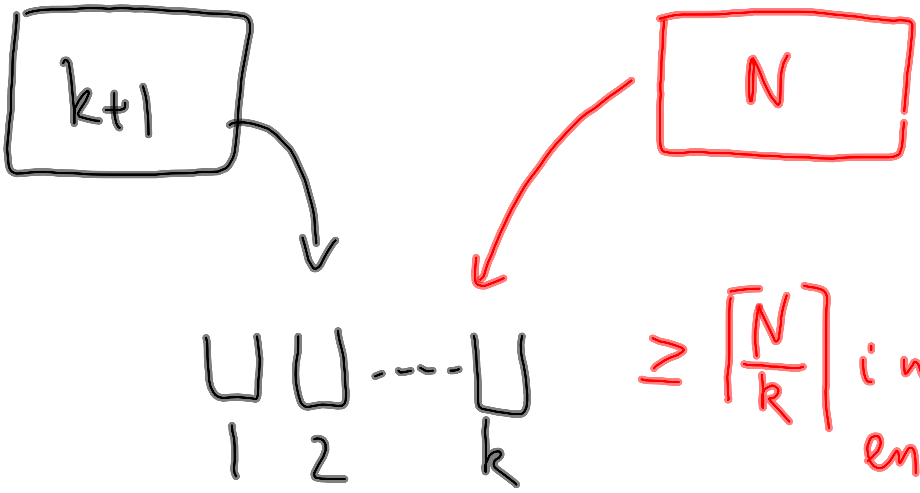
$P_6 = 36^6 - 26^6$

$P_7 = 36^7 - 26^7$

$P_8 = 36^8 - 26^8$

feb 1-09:31

Pigeonhole principle.



$\geq \left\lceil \frac{N}{k} \right\rceil$ i mindst en kasse

modstrids bevis:

antal at alle kasser har $< \left\lceil \frac{N}{k} \right\rceil$

så er $N \leq k\left(\left\lceil \frac{N}{k} \right\rceil - 1\right) < k \cdot \left(\left(\frac{N}{k} + 1\right) - 1\right) = k \cdot \frac{N}{k} = N$

feb 1-09:39

Ex4 Påstand $\forall n \in \mathbb{Z}\ \exists k \in \mathbb{Z}$ så kn kun har '0' og '1' i sin decimal repr.

B: Lad n være givet og se på tallene $1, 11, 111, \dots, \underbrace{11\dots1}_{n+1}$ modulo n (rest)

php $\Rightarrow \exists i$ og j så $j > i$

$$\underbrace{111\dots1}_{j} \equiv \underbrace{11\dots1}_{i} \mod n$$

Så $\underbrace{111\dots1}_{j-i}\underbrace{00\dots0}_{i} = k \cdot n$ for et $k \in \mathbb{Z}$

feb 1-09:46

Ex11 $\{a_1, a_2 \ldots a_{n+1}\} \subseteq \{1, 2, \ldots, 2n\}$

$\Downarrow$

$\exists i,j$ så $a_i | a_j$

skriv $a_r = 2^{\alpha_r} q_r$ q_r ulige

q_i'erne kan antage n forsk værdier $\Rightarrow$ 2 er ens

antag $q_i = q_j$ $a_j > a_i$

$a_i = \cancel{2^{\alpha_i}} \cdot \cancel{q_i}$ $2^{\alpha_j - \alpha_i} \cdot \cancel{q_i} = a_j \Rightarrow a_i | a_j$

feb 1-09:53