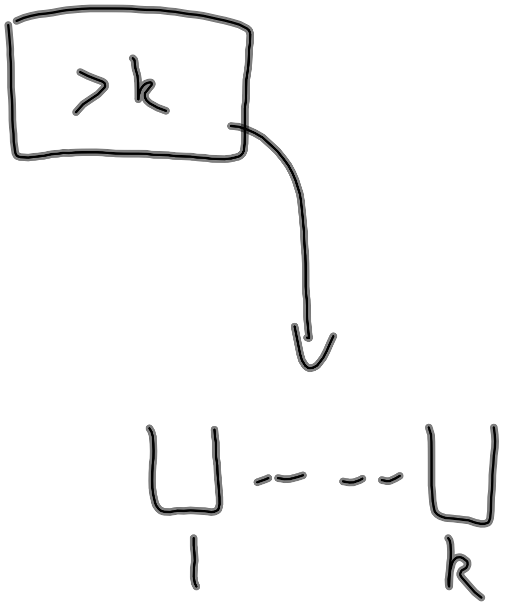


Sætn. $a_1, a_2, \dots, a_{n^2+1}$ reelle tal
forskellige

Så $\exists$ indekser $i_1 < i_2 < \dots < i_{n+1}$

så enten $a_{i_1} < a_{i_2} < \dots < a_{n+1}$

eller $a_{i_1} > a_{i_2} > \dots > a_{i_{n+1}}$

for $1 \le p \le n^2+1$ Lad

i_p være lgd af lgste stigende følge

som starter i a_p

d_p tilsv aftagende flg.

$$\cdots a_p - a_{p_1} - a_{p_2} \cdots \qquad \nearrow i_p \qquad \searrow d_p$$

Hvis $\exists p$ så $i_p \ge n+1$

eller $d_p \ge n+1$

så er vi færdige!

Så antag at $1 \le i_p \le n$ og $1 \le d_p \le n$

for alle $p \in \{1, 2, \dots, n^2+1\}$

alle par (i_p, d_p) har $\le n$ muligheder

på hver plads, dvs $\le n^2$ ialt!

$\Rightarrow \exists p, q$ så $(i_p, d_p) = (i_q, d_q)$ og $p < q$

$\cdots\cdots a_p \cdots\cdots a_q \cdots\cdots$

hvis $a_p < a_q$ så er $i_p \geq i_q + 1$!

$a_p > a_q$ så $d_p \geq d_q + 1$!

feb 2-12:27

Ramsey tal

6 personer mødes

$\Downarrow$ påstand

Der vil altid være 3 af disse som alle kender hinanden.
eller alle ikke kender hin.

Personer 1, 2, 3, 4, 5, 6

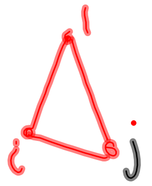
Se på person 1

Kender — nej ·····

W.l.o.g. $\boxed{\geq 3}$ kender

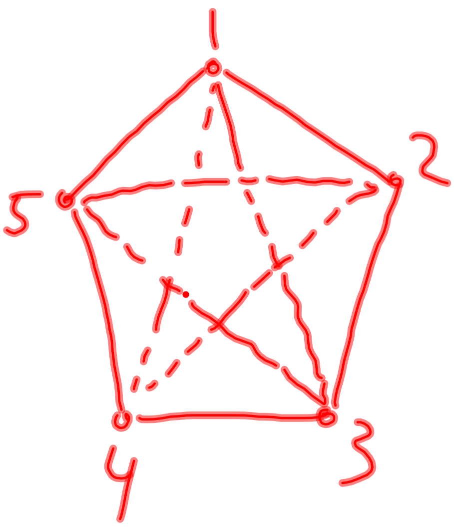
i, j, k

Hvis i kender j:



Hvis ingen af i, j og k kender en af de andre

5 personer er ikke nok:



r-permutation af en n-mgd.
vælg af de n elem. og rækkeflg vigtig.

$\#$ r-perm af n-mgd $= n \cdot (n-1) \cdot \ldots \cdot (n-r+1)$
$= \frac{n!}{(n-r)!}$

r-kombination
rækkeflg ligegyldig!

for r-komb $\{a_1, a_2, \ldots, a_r\}$
kan der laves $r!$ r-perm.

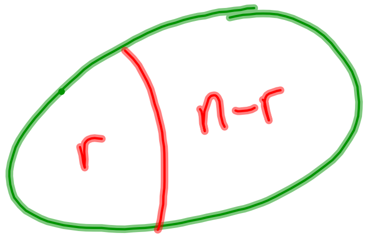
$\#$ r-komb $= \frac{\# \text{r-perm}}{r!} = \frac{n!}{r!\,(n-r)!}$

$\binom{n}{r}$, $C(n,r)$

feb 2-12:46

Påstand $\binom{n}{r} = \binom{n}{n-r}$

bevis



n-mgd

Pascal's formel

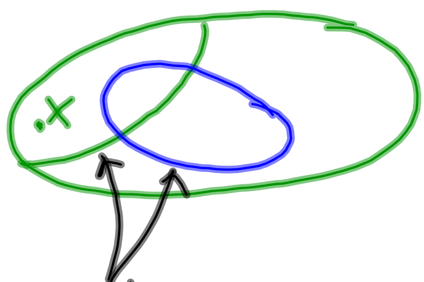
$$\binom{n+1}{k} = \binom{n}{k} + \binom{n}{k-1}$$

$$\begin{array}{c} 1 \\ 1\quad 2\quad 1 \\ 1\quad 3\quad 3\quad 1 \\ 1\quad 4\quad 6\quad 4\quad 1 \end{array}$$

Bevis

Lad S være $(n+1)$-mgd $|S|=n+1$

og vælg $x\in S$ fast



S

k-mgd

Binomial sætningen.

$$(x+y)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} x^{n-k} \cdot y^k$$

$$(x+y)^1 = x+y \quad \checkmark$$

$$(x+y)^2 = x^2+2xy+y^2$$

Koefficient til $x^{n-k} \cdot y^k \leftarrow \binom{n}{k}$

$$\overset{1}{(x+y)} \cdot \overset{2}{(x+y)} \cdot \ldots \cdot \overset{n}{(x+y)}$$

Ex. $$2^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} \qquad x=y=1$$

$$0 = \sum_{k=0}^{n} (-1)^k \binom{n}{k} \qquad \begin{matrix} x=1 \\ y=-1 \end{matrix}$$

feb 2-13:14

Generaliserede r-perm/komb af n-mgd

tilbagelægning tilladt

r-perm med tilbagelægn.

er $n \cdot n \cdot \ldots \cdot n = n^r$

Er # r-komb med tilbagelægn

$= \frac{n^r}{r!}$?

Nej!!!

ex 2 ud af 4 A, B, C, D

2-perm $4 \cdot 4$ (A, B, C, D) (A, B, C, D)

16 r-perm.

2-komb er $10 \neq \frac{16}{2} = 8$

AA BB CC DD 4

AB AC AD BC BD CD 6

\# måder at 10 pengesedler blandt

$\{50, 100, 500, 1000\}$ (4 forsk)

$$***\,|\,*\,|\,**\,|\,****$$

50 100 500 1000

Svar # måder =

$$\binom{10+(4-1)}{3} = \binom{13}{3} = \binom{13}{10}$$

$\#$ r komb fra n-mgd med gent.

$$= \binom{n+r-1}{r} = \binom{n+r-1}{n-1}$$

$$\times\times\times\times\times \mid \quad \mid \quad \cdots \quad \mid$$

1 2 n

$\#$ løsn til $X_1 + X_2 + X_3 = 11$

$X_i \geq 0 \quad X_i \in \mathbb{Z}$

$$\cdots\cdot \mid \cdot\cdots \mid \cdots\cdot$$

$X_1 \quad X_2 \quad X_3$

$$\binom{13}{2} = 78$$

feb 2-13:35

Hvis vi havde forlangt

$$\left.\begin{array}{l} x_1 \geq 2 \\ x_2 \geq 1 \\ x_3 \geq 4 \end{array}\right\} + \quad x_1 + x_2 + x_3 = 11$$

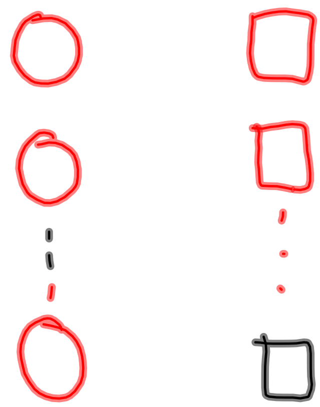
$$\underbrace{\bullet\ \bullet\ \bullet}_{x_1} \ \Big| \ \underbrace{\bullet\ \bullet\ \bullet}_{x_2} \ \Big| \ \underbrace{\bullet\ \bullet\ \bullet\ \bullet\ \bullet}_{x_3} \qquad \binom{6}{2} = 15$$

feb 2-13:39

Thm # forsk perm af n objekter af k typer med n_i af type i

$$= \frac{n!}{n_1! \cdot n_2! \cdots n_k!}$$

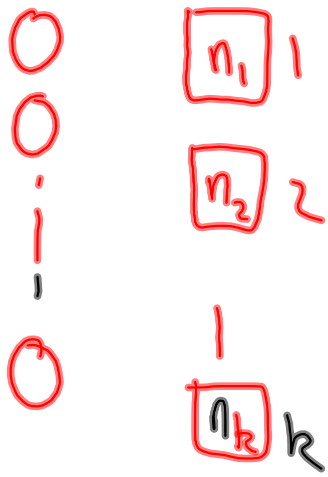
Fordeling af emner i kasser.



$\#_1 =$ $\#_1 =$

$\# \longrightarrow \#$

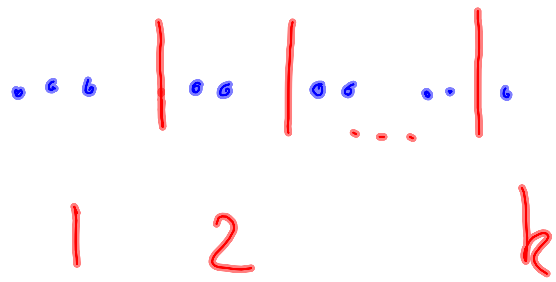
Thm 4 # måder at fordele n forsk emner i k forsk bokse så der kommer n_i emner i boks i $(n_1+n_2+\dots+n_k=n)$



$$\# = \binom{n}{n_1}\cdot\binom{n-n_1}{n_2}\cdots\binom{n-n_1-\dots-n_{k-1}}{n_k}$$

$$= \frac{n!}{n_1!\,n_2!\quad n_k!}$$

$$\underset{n}{=} \longrightarrow \underset{k}{\neq}$$



$\# = \#$ n-komb af k-mgd med tilbagelægn

$\xrightarrow{\#:} =$

<u>ex 10</u> 4 personer A, B, C, D

↓

3 ens kontorer

# kontorer i brug	# løsn
3	6 vælg 2 af A, B, C, D
2	
1	