Institut for Matematik og Datalogi
Syddansk Universitet, Odense

26. august 2003
LMF

DM02 – Ugeseddel 1

Øvelsesopgaver 2/9, 3/9 og 4/9

Da øvelserne generelt vil basere sig på forelæsningen ugen før, vil 1. øvelsesgang blive brugt til at etablere matematiske forudsætninger. Læs baggrundsmaterialet (se side 3) og stil spørgsmål til øvelserne.

Opgaver i mængdelære og logik

1. A og B er mængder. Find vha. Venn diagrammer og/eller lovene det simpleste udtryk for følgende.
   (a) $A - (A - B)$
   (b) $A - (A \cap B)$
   (c) $(A \cup B) - A$
   (d) $(A - B) \cup (B - A) \cup (A \cap B)$
   (e) $\overline{\overline{A} \cap \overline{B}}$
   (f) $A \cup (B \cap (A - (B - A)))$
2. Hvilke af følgende udsagn er sande?
   (a) Hvis $1 + 1 = 2$, så er $2 + 2 = 4$.
   (b) $1 + 1 = 3$, kun hvis $2 + 2 = 6$.
   (c) $(1 = 2$ og $1 = 3)$, hvis og kun hvis $1 = 3$.
   (d) Hvis $1 + 1 = 3$, så er $1 + 2 = 3$.
   (e) Hvis $1 = 2$, så er $2 = 3$ og $2 = 4$.
   (f) Kun hvis $3 - 1 = 2$, er $1 - 2 = 0$.
3. Skriv følgende udsagn på simplest mulig form.
   (a) $(p \to q) \wedge (p \to \neg q)$
   (b) $p \vee (p \to q)$
   (c) $p \wedge (p \to q)$
   (d) $(p \to q) \wedge (\neg p \to q)$
   (e) $p \leftrightarrow (p \leftrightarrow q)$
   (f) $q \wedge (p \to q)$
4. Overvej sætningen "Everybody loves somebody sometime". For at være præcise lader vi $L(x, y, t)$ betegne, at x elsker y til tid t. Udtryk udsagnet vha. af L under brugen af kvantorer ($\forall$, $\exists$).

Øvelsesopgaver 2/9, 3/9 og 4/9 (fortsat)

Opgaver i induktion

1. Bevis ved induktion, at $\sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}$.
2. Løs opgave B.1-5 i Cormen et al. vha. induktion.
3. Overvej følgende "sætning":

   Sætning 1 Alle æbler har samme farve.

   Bevis Ved induktion over antallet n af æbler.

   Basis ($n = 1$): Det er klart, at i en mængde af æbler, der består af kun ét æble, har alle æbler samme farve.

   Induktionsskridt ($n \geq 2$): Vi antager, at alle mængder af højst n æbler har samme farve og skal nu vise, at det også gælder for $n + 1$.

   Tag det $(n + 1)$'te æble fra. Per induktion har de resterende n æbler samme farve. Tag nu i stedet 1. æble fra. Per induktion har de resterende n æbler samme farve. Dvs. at æble 1 har samme farve som æblerne 2 til n, som igen har samme farve som æble $n + 1$. Altså har de alle samme farve. □

Forelæsning 1/9

Bemærk, at denne forelæsning foregår i U1.

- Introduktion til kurset (Cormen et al. Kap. 1).
- Induktion (Hopcroft et al. s. 19–26).
- Algoritmeanalyse; eks: insertion sort (Cormen et al., Afsnit 2.1–2.2).

  Når man skal analysere en algoritmes tidskompleksitet, vælger man som regel en *karakteristisk operation* og tæller antallet af gange, denne operation udføres. For en karakteristisk operation skal gælde, at algoritmens køretid er proportional med den samlede tid brugt på at udføre den karakteristiske operation.

  Hvordan identificeres en karakteristisk operation? I princippet kan man analysere algoritmen med hensyn til hver operation, og så vælge den operation, der bruges mest tid på at udføre, som karakteristisk operation. Det er nu ikke det, der er meningen med at vælge en karakteristisk operation — ideen er at gøre analysen overskuelig — og det er normalt heller ikke nødvendigt; der vil for det meste være en operation, som det er oplagt at vælge.

  Tit vælger man en operation, der kan udføres i konstant tid. Algoritmens tidskompleksitet er da blot antallet af gange, operationen udføres.

  Man vælger som regel en operation, som er essentiel for algoritmen. For de fleste af de sorteringsalgoritmer, vi skal se på, er det f.eks. naturligt at vælge sammenligning af to tal som den karakteristiske operation.

Baggrundslæsning

- Martin s. 3–22 handler om mængder, logik og funktioner. Materialet forudsættes bekendt fra gymnasiet og MM01, men er medtaget her, så man har en nem mulighed for at genopfriske stoffet, hvis man mener, det ville være gavnligt. Appendiks B.1 i Cormen et al. handler også om mængdelære. Det er mere kompakt og indeholder lidt flere begreber end det tilsvarende afsnit i kompendiet.
- Afsnit 3.2 og Appendiks A i Cormen et al. kan være godt at slå op i af og til.

Praktiske oplysninger

På kursets hjemmeside
`http://www.imada.sdu.dk/~lenem/Teaching/DM02/`
kan man finde information om kurset; herunder ugesedler.

Ugesedler

Ugesedlerne vil udkomme tirsdag eftermiddag. De kan hentes via hjemmesiden eller fra holderen på gangarealerne i nærheden af sekretariatet.

Litteratur (kan købes i Studenterboghandelen)

Lærebog:
Cormen, Leiserson, Rivest, Stein: **Introduction to Algorithms**.
2. udgave, MIT Press, 2001.

På ugesedlerne vil bogen blive refereret som "Cormen et al.".

Kompendier:
Tidligere Eksamenssæt og
Supplerende Noter.
De supplerende noter indeholder uddrag fra to lærebøger. På ugesedlerne vil disse uddrag blive refereret som henholdsvis "Martin" og "Hopcroft et al.". De, der har noterne fra sidste år, behøver ikke at købe dem igen.

Forelæsninger

Forelæsningerne afholdes mandag fra 10–12.

Uge 36:	U1
Uge 37, 39-41 og 43-48:	U37 (i kælderen ved indgang C)
Uge 49-51:	U55

I uge 38 er jeg bortrejst, og forelæsningen er derfor aflyst.

Praktiske oplysninger (fortsat)

Øvelser

Der er fire øvelseshold:

Hold	dag	kl.	lokale	instruktor
S2	tirsdag	14–16	U14	Steffen E. Godskesen
D1*	onsdag	12–14	U2	Fiona Nielsen
Mat-Øk*	onsdag	12–14	U49D	Frederik Juul Christiani
S1	torsdag	12–14	U49B	Martin Ehmsen

* På de to onsdagshold tilsammen er der omkring 70 mennesker, mens der på torsdagsholdet kun er 14. De, der har mulighed for det, bør derfor møde op på torsdagsholdet i stedet.

Konti

De få, der måtte mangle en konto på systemet (login/password), kan henvende sig til Anders Fredslund på Institut for Matematik og Datalogi.

Evaluering

Som forudsætning for at kunne indstille sig til eksamen skal man have godkendt en obligatorisk opgave. For at fordele arbejdsbyrden bliver opgaven i år delt i to mindre delopgaver, som stilles i henholdsvis oktober og november. Omgængere, som tidligere har fået godkendt en obligatorisk opgave i DM02, skal ikke lave den igen.

Kurset afsluttes med en fire timers skriftlig eksamen fredag d. 2. januar. Alle skriftlige hjælpemidler er tilladte. Karakteren, der gives efter 13-skalaen, baseres udelukkende på selve den skriftlige eksamen.