Institut for Matematik og Datalogi
Syddansk Universitet, Odense

2. september 2003
LMF

DM02 – Ugeseddel 2

Forelæsning 8/9

- Algoritmeanalyse, bl.a. insertion sort (Cormen et al. Afsnit 2.2).
- Asymptotisk notation (Cormen et al. Afsnit 3.1).

Asymptotisk notation:

Lad f og g være positive funktioner. I bogen står der, at

- $f(n) \in o(g(n))$, hvis $\lim_{n\to\infty} \frac{f(n)}{g(n)} = 0$.
- $f(n) \in \omega(g(n))$, hvis $\lim_{n\to\infty} \frac{f(n)}{g(n)} = \infty$.

Tilsvarende gælder

- $f(n) \in O(g(n))$, hvis $\lim_{n\to\infty} \frac{f(n)}{g(n)} < \infty$.
- $f(n) \in \Omega(g(n))$, hvis $\lim_{n\to\infty} \frac{f(n)}{g(n)} > 0$.
- $f(n) \in \Theta(g(n))$, hvis der eksisterer en konstant $c > 0$, så $\lim_{n\to\infty} \frac{f(n)}{g(n)} = c$.

Til at forenkle udtrykket $\lim_{n\to\infty} \frac{f(n)}{g(n)}$ kan man nogle gange bruge **L'Hôpitals regel:**

Lad f og g være differentiable funktioner med afledede f' og g'.

Hvis $\lim_{n\to\infty} f(n) = \lim_{n\to\infty} g(n) = \infty$, da er $\lim_{n\to\infty} \frac{f(n)}{g(n)} = \lim_{n\to\infty} \frac{f'(n)}{g'(n)}$.

Praktiske oplysninger

Husk, at forelæsningen d. 15. september er aflyst.

Institut for Matematik og Datalogi
Syddansk Universitet, Odense

2. september 2003
LMF

Øvelsesopgaver 9/9, 10/9 og 11/9

1. Vis, at $1^3 + 3^3 + 5^3 + \cdots + (2n-1)^3 = 2n^4 - n^2$.
2. Find en lukket formel for $\sum_{i=a}^{n} i$, hvor a er et heltal mellem 1 og n.
   Bevis, at din formel er korrekt.
3. Et binært træ er et træ, hvor hver knude har 0, 1 eller 2 børn. Et blad er en knude, der har 0 børn. Bevis ved strukturel induktion, at et binært træ med n knuder har højst $\lceil \frac{n}{2} \rceil$ blade.
4. Eksamen januar 96 opg. 2.
5. Cormen et al. 2.2-4.
6. Cormen et al. 2-2.

Udfordring

Af og til vil der blive stillet en lidt sjov/svær opgave. Opgaven vil ikke blive gennemgået til øvelserne, men du er velkommen til at snakke med din instruktor om den. Denne uges udfordring er flg.

Karl Andersson påstår, at han er præcis $\frac{1}{3}$ svensker. Bevis, at han lyver!
Vink: Betragt mængden M defineret ved

- $0 \in M, 1 \in M$
- $x, y \in M \Rightarrow \frac{x+y}{2} \in M$