Spørgsmål 1

Lad A, B og C være mængder.
Hvilke af nedenstående mængder er lig med $B - (A \cup C)$?

Let A, B, and C be sets.
Which of the following sets are equal to $B - (A \cup C)$?

Svar 1.1: $(B - A) \cap C$

Svar 1.2: $(B - A) - C$

Svar 1.3: $(B \cap \overline{A}) - C$

Svar 1.4: $B \cap (A - C)$

Spørgsmål 2

Lad $f\colon \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+$ være funktionen defineret ved $f(x) = \frac{1}{x} + 3$.
Angiv f's inverse funktion.

Svar 2.1: $f^{-1}(x) = \frac{1}{x} - 3$

Svar 2.2: $f^{-1}(x) = x + 3$

Svar 2.3: $f^{-1}(x) = \frac{1}{x-3}$

Svar 2.4: $f^{-1}(x) = 3x + 1$

Svar 2.5: $f^{-1}(x) = \frac{1}{x} + 3$

Svar 2.6: $f^{-1}(x) = \frac{1}{3x}$

Spørgsmål 3

Angiv mindste fælles multiplum for 10 og 35. D.v.s. angiv lcm(10,35).

What is the least common multiple of 10 *and* 35*?*

Svar 3.1: 1

Svar 3.2: 5

Svar 3.3: 10

Svar 3.4: 35

Svar 3.5: 70

Svar 3.6: 140

Svar 3.7: 150

Svar 3.8: 350

Spørgsmål 4

Hvilke talpar er indbyrdes primiske?

Which pairs of numbers are relatively prime?

Svar 4.1: 3, 14

Svar 4.2: 15, 50

Svar 4.3: 3, 15

Svar 4.4: 6, 35

Spørgsmål 5

Lad $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Hvilke udsagn er sande?

Let $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Which propositions are true?

Svar 5.1: $a \equiv b \pmod 6 \;\Rightarrow\; 2a \equiv 2b \pmod 6$

Svar 5.2: $a \mid b \,\wedge\, a \mid c \;\Rightarrow\; a \mid (b - c)$

Svar 5.3: $\gcd(a, b) > 1 \;\Rightarrow\; \operatorname{lcm}(a, b) > ab$

Svar 5.4: $2 \equiv 30 \pmod{14}$

Svar 5.5: $-3 \equiv 12 \pmod 5$

Spørgsmål 6

Dette spørgsmål handler om nedenstående rekursive definition.

This question concerns the following recursive defintion.

$$a_1 = 0$$
$$a_n = 2a_{n-1} + 2, \text{ for } n \geq 2$$

Hvilke af nedenstående muligheder udgør et gyldigt induktionsbevis for, at $a_n = 2^n - 2$, for $n \geq 1$?

Choose the options that constitute a valid proof by induction that $a_n = 2^n - 2$*, for* $n \geq 1$*.*

Svar 6.1: *Basis:* $a_1 = 0 = 2^1 - 2$.

Induktionsskridt: For $n \geq 2$ gælder

$$a_{n-1} = 2^{n-1} - 2 \;\Rightarrow$$
$$a_n = 2 \cdot (2^{n-1} - 2) + 2 = 2^n - 2$$

Svar 6.2: *Basis:* $a_1 = 0 = 2^1 - 2$.
$a_2 = 2 \cdot 0 + 2 = 2 = 2^2 - 2$.
$a_3 = 2 \cdot 2 + 2 = 6 = 2^3 - 2$.

Induktionsskridt: For $n \geq 3$ gælder

$$a_n = 2^n - 2 \;\Rightarrow$$
$$a_{n+1} = 2 \cdot (2^n - 2) + 2 = 2^{n+1} - 2$$

Svar 6.3: *Basis:* $a_2 = 2^2 - 2 = 2$.

Induktionsskridt: For $n \geq 2$ gælder

$$a_n = 2^n - 2 \;\Rightarrow$$
$$a_{n+1} = 2 \cdot (2^n - 2) + 2 = 2^{n+1} - 2$$

Svar 6.4: *Basis:* $a_1 = 0 = 2^1 - 2$.

Induktionsskridt: For $n \geq 1$ gælder

$$\begin{aligned} a_{n+1} &= 2^{n+1} - 2 \;\Rightarrow \\ a_{n+1} &= 2 \cdot (2^n - 2) + 2 = 2^{n+1} - 2 \end{aligned}$$

Svar 6.5: *Basis:* $a_1 = 0 = 2^1 - 2.$

Induktionsskridt: For $n \geq 1$ gælder

$$\begin{aligned} a_n &= 2^n - 2 \;\Rightarrow \\ a_{n+1} &= 2 \cdot (2^n - 2) + 2 = 2^{n+1} - 2 \end{aligned}$$

Svar 6.6: *Basis:* $a_1 = 0 = 2^1 - 2.$

Induktionsskridt: For $n \geq 1$ gælder

$$\begin{aligned} a_{n+1} &= 2^{n+1} - 2 \;\Rightarrow \\ a_n &= 2 \cdot (2^{n-1} - 2) + 2 = 2^n - 2 \end{aligned}$$