Institut for Matematik og Datalogi
Syddansk Universitet, Odense

14. marts 2007
LMF

DM69 — Ugeseddel 6

Øvelser 20/3

Bang-Jensen og Gutin:

- Opgave 3.36.
- Opgave 3.37.
  Hint: Bevis først, at for (s, t)-netværk gælder Sætning 3.3.1 med $\alpha + \beta \leq m$.
  Opdel kørslen af algoritmen i faser på følgende måde:
  En fase slutter når
  - den største kapacitet af en udvidende vej er højst halvt så stor som i starten af fasen, eller
  - en maksimum strøm er fundet.

  Vis, at hver fase indeholder højst $2m$ udvidelser.
- Opgave 3.56.

Desuden:

- I opgave 26-3 skulle vi finde en maksimum strøm i en todelt graf med to ekstra knuder s og t. Bevis, at dette problem ikke er "lettere" end det generelle max-flow-problem. Dvs. bevis, at den bedste køretid for max-flow-problemet i denne type grafer ikke kan være bedre end den bedste køretid for max-flow-problemet i generelle (s, t)-grafer.
  Hint: Hvad sker der, hvis man deler alle kanter i en graf i to ved at sætte en knude "midt" på kanten.
- Matrix rounding.

  Consider the following problem. You are given a $p \times q$ matrix with real numbers, and the row and column sums are calculated. Ex.:

3.1	6.8	7.3	17.2
9.6	2.4	0.7	12.7
3.6	1.2	6.5	11.3
16.3	10.4	14.5	

  Your task is to round the matrix elements and the row and column sums such that the rounded row and column sums are the sums of the rounded matrix elements. Each element can be rounded either up or down. The example above could, e.g., be rounded like this:

4	7	7	18
10	2	1	13
3	1	7	11
17	10	15	

Explain how to solve this using network flows. What is the complexity of your algorithm?
Hint: Create a network with a vertex called s, a vertex called t, a vertex for each row and each column, an arc for each row and each column, and an arc for each matrix element.

Forelæsning 21/3

Papadimitriou og Steiglitz:

- Afsnit 10.2: Maksimum pardannelse i todelte grafer.
- Afsnit 10.4–10.5: Maksimum pardannelse i generelle grafer.