

DM69 — Ugeseddel 13

Øvelser 15/5

1. **Marking-algoritmer.** Vis, at LRU er en marking-algoritme, og at FIFO ikke er det.
2. **Flush-When-Full.** FWF er en algoritme, som behandler faults på følgende måde.
 - Hvis cache'en *ikke* er fuld, hentes den nye side blot ind i cache'en.
 - Hvis cache'en er fuld, smides alle sider ud af cache'en, inden den nye side hentes ind.

Bevis, at

- FWFs competitive ratio er k .
 - for enhver input-sekvens har FWF mindst lige så mange fejl som LRU.
3. **Resource augmentation.** I competitive analyse sammenligner vi online-algoritmen med en offline-algoritme. Antag, at offline-algoritmen har en cache af størrelse $h \leq k$.

Bevis, at i denne model, er enhver konservativ algoritme $\frac{k}{k-h+1}$ -competitive.

4. **Full access cost model.** Antag, at en fault har omkostning $s + 1$, $s \geq 1$, og et hit har omkostning 1.

Vis, at i denne model har enhver marking-algoritme competitive ratio $\frac{k(s+1)}{k+s}$.

5. **Bin packing.** I online bin packing har vi bins af størrelse 1 til rådighed. Input er en sekvens af items med størrelser mellem 0 og 1 (altid større end 0). Hvert item skal pakkes i en bin, så snart det ankommer, uden viden om evt. fremtidige items, og den samlede størrelse af items pakket i samme bin må ikke overstige 1. Målet er at bruge så få bins som muligt.

Algoritmen First-Fit nummererer bins'ne efter den rækkefølge, de bliver taget i brug i. Hvert item placeres i den første bin, som har plads nok tilbage.

Vis, at First-Fit er 2-competitive (faktisk er First-Fits competitive ratio 1,7).

6. **Max-bin-packing.** I denne variant af bin packing har vi n bins til rådighed, og målet er at pakke så mange items som muligt i disse n bins.

Vis, at First-Fit ikke er competitive.

7. **Max-bin-packing med accommodating sekvenser.** En input-sekvens σ er accommodating, hvis alle items i σ kan være i de n bins, dvs. hvis en optimal offline-algoritme pakker alle items i σ .

- Vis, at First-Fit er 2-competitive, hvis input-sekvenserne er accommodating (faktisk er First-Fits competitive ratio $1,75 + O(\frac{1}{\sqrt{n}})$, hvis sekvenserne er accommodating). Hint: Vis, at First-Fit afviser højst $n - 1$ items.

- Forklar, hvordan First-Fit kan implementeres, så den har køretid $O(n \log n)$.
Hint: du kan bruge et fuldstændigt binært træ, hvor hver bin er knyttet til et blad i træet.

Forelæsning 16/5

Irani og Karlin:

- k -server-problemet: s. 524–525 og 527–531.
- Kort om andre kvalitetsmål end competitive ratio.