

Introduktion til  
DM507

Rolf Fagerberg

Oversigt

Kursusformat og  
-formaliteter

Mål med kursus

Indhold af kursus

Algoritmeanalyse

Ingredienser

Konkret  
eksempel

Opsummering

# Introduktion til DM507

Rolf Fagerberg

Forår 2014

# Mål for i dag

Introduktion til  
DM507

Rolf Fagerberg

Oversigt

Kursusformat og  
-formaliteter

Mål med kursus

Indhold af kursus

Algoritmeanalyse  
Ingredienser  
Konkret  
eksempel

Opsummering

## Dagens program:

- 1 Oversigt
- 2 Kursusformat og -formaliteter
- 3 Mål med kursus
- 4 Indhold af kursus
- 5 Algoritmeanalyse
  - Ingredienser
  - Konkret eksempel
- 6 Opsummering

# Kursusformat og -formaliteter

Introduktion til  
DM507

Rolf Fagerberg

Oversigt

Kursusformat og  
-formaliteter

Mål med kursus

Indhold af kursus

Algoritmeanalyse

Ingredienser

Konkret  
eksempel

Opsummering

## Forudsætninger:

Programmering og Diskret matematik

## Format:

I (forelæsninger), TE (øvelser), S (arbejde selv og i studiegrupper)

## Eksamenform:

Skriftlig eksamen:

4 timer med bøger, noter, og computer. Karakter efter 7-skala.

Projekt:

I flere dele. I alt 3 ECTS ud af 10. Karakter B/IB. Skal bestå for at gå til skriftlig eksamen.

# Materialer

Introduktion til  
DM507

Rolf Fagerberg

Oversigt

Kursusformat og  
-formaliteter

Mål med kursus

Indhold af kursus

Algoritmeanalyse

Ingredienser

Konkret  
eksempel

Opsummering

## Lærebog:

Cormen, Leiserson, Rivest, Stein:  
*Introduction to Algorithms*, 3rd edition, 2009.

## Andet læremateriale på kursets website:

Slides fra forelæsninger  
Opgaver til eksaminatorier  
Tidligere eksamenssæt  
Projektet

# Deltagere

Introduktion til  
DM507

Rolf Fagerberg

Oversigt

Kursusformat og  
-formaliteter

Mål med kursus

Indhold af kursus

Algoritmeanalyse

Ingredienser

Konkret  
eksempel

Opsummering

- BA i Software Engineering
- BA i Datalogi
- BA i Matematik-Økonomi
- BA i Anvendt Matematik
- Tilvalg i Datalogi

Stor diversitet: forskellige semestre i uddannelsen, forskellige mængder af matematiske fag på uddannelsen.

# Perspektivering: Kursets placering i det store billede

Introduktion til  
DM507

Rolf Fagerberg

Oversigt

Kursusformat og  
-formaliteter

Mål med kursus

Indhold af kursus

Algoritmeanalyse

Ingredienser  
Konkret  
eksempel

Opsummering

Generelt mål i datalogi/IT: Få computer til at udføre en opgave.

Relaterede spørgsmål:

- **Hvordan skrives programmer?**  
Programmering, programmeringssprog, software engineering.
- **Hvordan skal programmet løse opgaven?** ←  
**Algoritmer og datastrukturer**, linear programmering,  
databasesystemer.
- **(Hvor godt) er det overhovedet muligt at løse opgaven?**  
Nedre grænser, kompleksitet, beregnelighed.
- **Hvordan fungerer maskinen der udfører opgaven?**  
Baggrundviden om computerarkitektur og operativsystemer.

# Fokus: *Hvordan* skal programmet løse opgaven?

Introduktion til  
DM507

Rolf Fagerberg

Oversigt

Kursusformat og  
-formaliteter

Mål med kursus

Indhold af kursus

Algoritmeanalyse

Ingredienser

Konkret  
eksempel

Opsummering

**Algoritme = løsningsmetode.**

Tilpas præcist skrevet ned: præcis tekst, pseudo-kode, flow-diagrammer, formler, . . .

**Datastruktur = data + effektive operationer herpå.**

Forskellige datastrukturer gemmer forskellige typer data og/eller tilbyder forskellige operationer. Har stor anvendelse som delelement i algoritmer.

Relevante opgaver for ethvert beregningsproblem:

- 1 **Find** (mindst) **een** algoritme der løser problemet.
- 2 **Sammenlign flere** algoritmer der løser problemet.
- 3 Hvad er den **bedste** algoritme der kan findes?

# Udvikling og vurdering af algoritmer

Introduktion til  
DM507

Rolf Fagerberg

Oversigt

Kursusformat og  
-formaliteter

Mål med kursus

Indhold af kursus

Algoritmeanalyse

Ingredienser  
Konkret  
eksempel

Opsummering

- 1 **Find** (mindst) **een** algoritme der løser problemet.
- 2 **Sammenlign flere** algoritmer der løser problemet.
- 3 Hvad er den **bedste** algoritme der kan findes?

**Punkt 1:** Kræver ideer, tænkearbejde, erfaring, og en værktøjskasse af kendte algoritmer. Korrekthed: ved analyse eller implementation/afprøvning?

**Punkt 2:** Kræver definition af hvad er kvalitet. Sammenligning: ved analyse eller implementation/afprøvning?

**Analyse** (DM507): Giver (høj) sikkerhed for korrekthed. Sparer implementationsarbejde. Sammenligning upåvirket af: maskine, sprog, programmør, konkrete input. (Men: relevans for virkelighed skal holdes for øje.)

I alle byggefag analyserer og planlægger man før man bygger (tænk storebæltsbro). Din fremtidige chef vil forlange det!

(Bemærk: **Punkt 3** kan *kun* afklares med analyse.)



# Målsætning for kurset

Introduktion til  
DM507

Rolf Fagerberg

Oversigt

Kursusformat og  
-formaliteter

Mål med kursus

Indhold af kursus

Algoritmeanalyse

Ingredienser

Konkret  
eksempel

Opsummering

DM507 giver dig en **værktøjskasse af algoritmer** for fundamentale problemer, samt **metoder til at udvikle og analysere nye algoritmer** og varianter af eksisterende.



# Målsætning for kurset

Introduktion til  
DM507

Rolf Fagerberg

Oversigt

Kursusformat og  
-formaliteter

Mål med kursus

Indhold af kursus

Algoritmeanalyse

Ingredienser

Konkret  
eksempel

Opsummering

Regneøvelser og programmeringsprojekter øger din forståelse for værktøjerne og træner dig i brug af værktøjskassen.



Undervejs begejstres du måske også over smarte og elegante ideer i algoritmer og analyser.



# Konkret indhold af kursus

Introduktion til  
DM507

Rolf Fagerberg

Oversigt

Kursusformat og  
-formaliteter

Mål med kursus

Indhold af kursus

Algoritmeanalyse

Ingredienser  
Konkret  
eksempel

Opsummering

## Algoritmer:

- Korrekthed og kompleksitetsanalyse
- Del og hersk algoritmer
- Grådige algoritmer
- Dynamisk programmering
- Sortering
- Graf-algoritmer
- Huffman-kodning

## Datastrukturer:

- Ordbøger (søgetræer og hashing)
- Prioritetskøer (heaps)
- Disjunkte mængder

# Algoritmeanalyse

Introduktion til  
DM507

Rolf Fagerberg

Oversigt

Kursusformat og  
-formaliteter

Mål med kursus

Indhold af kursus

Algoritmeanalyse

Ingredienser

Konkret  
eksempel

Opsummering

Mindstekrav til algoritmer:

- Stopper for alle input.
- Korrekt output når stopper.

**Kvalitet** af algoritmer som opfylder mindstekrav:

- Hastighed
- Pladsforbrug
- Komplexitet af implementation
- Ekstra egenskaber (problemspecifikke), f.eks. stabilitet af sortering.

For dette kræves følgende ingredienser: klar beskrivelse af problem og maskine (modeller), en definition af kvalitet, samt en matematisk/datalogisk værktøjskasse af analyseredskaber.

# Ingredienser i algoritmeanalyse

Introduktion til  
DM507

Rolf Fagerberg

Oversigt

Kursusformat og  
-formaliteter

Mål med kursus

Indhold af kursus

Algoritmeanalyse

**Ingredienser**

Konkret  
eksempel

Opsummering

- Model af problem.
- Model af maskine. Ofte RAM-modellen (alias von Neumann modellen).
- Mål for ressourceforbrug (tid og plads).
- Matematiske/datalogiske analyseværktøjer: Løkkeinvarianter, induktion, rekursionsligninger.

# RAM-modellen

Introduktion til  
DM507

Rolf Fagerberg

Oversigt

Kursusformat og  
-formaliteter

Mål med kursus

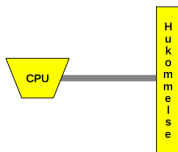
Indhold af kursus

Algoritmeanalyse

**Ingredienser**

Konkret  
eksempel

Opsummering

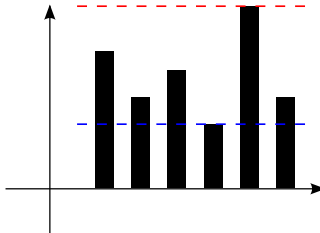


- En CPU
- En hukommelse ( $\sim$  uendeligt array af celler).
- Et antal basale operationer: **add**, sub, mult, shift, compare, flyt dataelement. Disse antages alle at tage samme tid.
- Tid for en algoritme: antal basale operationer udført.
- Plads for en algoritme: maks antal optagne hukommelsesceller.

# Måle ressourceforbrug

For en givet størrelse  $n$  af input er der ofte mange forskellige input instanser. Algoritmen har som regel forskelligt ressourceforbrug på hver af disse. Hvilket skal vi bruge til at vurdere ressourceforbruget?

- Worst case (max over alle input af størrelse  $n$ )
- Average case (gennemsnit over en fordeling af input af størrelse  $n$ )
- Best case (min over alle input af størrelse  $n$ )



Køretid for de forskellige input af størrelse  $n$

Introduktion til  
DM507

Rolf Fagerberg

Oversigt

Kursusformat og  
-formaliteter

Mål med kursus

Indhold af kursus

Algoritmeanalyse  
Ingredienser

Konkret  
eksempel

Opsummering

# Worst case ressourceforbrug

Introduktion til  
DM507

Rolf Fagerberg

Oversigt

Kursusformat og  
-formaliteter

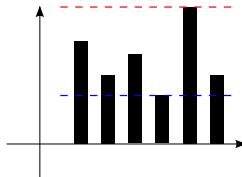
Mål med kursus

Indhold af kursus

Algoritmeanalyse  
Ingredienser

Konkret  
eksempel

Opsummering



Worst case giver garanti. Ofte repræsentativ for average case (men nogen gange betydeligt mere pessimistisk).

Average case: Hvilken fordeling? Er den realistisk? Ofte svær analyse at gennemføre (matematisk svær)

Best case: Giver som regel ikke megen relevant information.

Næsten alle analyser i dette kursus er worst case.



# Forskellige inputstørrelser

Introduktion til  
DM507

Rolf Fagerberg

Oversigt

Kursusformat og  
-formaliteter

Mål med kursus

Indhold af kursus

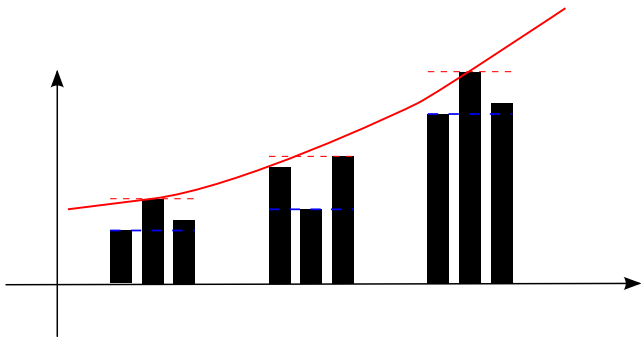
Algoritmeanalyse

**Ingredienser**

Konkret  
eksempel

Opsummering

Worstcase køretid er normalt en voksende funktion af inputstørrelsen  $n$ :



Køretid for de forskellige input af stigende størrelse  $n$

# Voksehastighed

Introduktion til  
DM507

Rolf Fagerberg

Oversigt

Kursusformat og  
-formaliteter

Mål med kursus

Indhold af kursus

Algoritmeanalyse

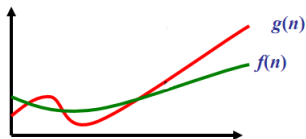
Ingredienser

Konkret  
eksempel

Opsummering

Forbruget skal derfor ses som en **funktion**  $f(n)$  af inputstørrelsen  $n$ .

Vi har derfor brug for at **sammenligne funktioner**. Det relevante mål er **voksehastighed** - en hurtigere voksende funktion vil altid overhale en langsomt voksende funktion når  $n$  bliver stor nok. Og for små  $n$  er (næsten) alle algoritmer hurtige.



# Voksehastighed

Introduktion til  
DM507

Rolf Fagerberg

Oversigt

Kursusformat og  
-formaliteter

Mål med kursus

Indhold af kursus

Algoritmeanalyse

**Ingredienser**

Konkret  
eksempel

Opsummering

Eksempler (stigende voksehastighed):

$$1, \quad \log n, \quad \sqrt{n}, \quad n/\log n, \quad n, \quad n \log n,$$

$$n\sqrt{n}, \quad n^2, \quad n^3, \quad n^{10}, \quad 2^n$$

Næste gang: mere præcis definition af [asymptotisk voksehastighed](#) og sammenligninger heraf.

# Konkret eksempel på algoritmeanalyse

Introduktion til  
DM507

Rolf Fagerberg

Oversigt

Kursusformat og  
-formaliteter

Mål med kursus

Indhold af kursus

Algoritmeanalyse

Ingredienser

**Konkret  
eksempel**

Opsummering

Jul i Valhalla...

# Hvad har du lært i dag?

Introduktion til  
DM507

Rolf Fagerberg

Oversigt

Kursusformat og  
-formaliteter

Mål med kursus

Indhold af kursus

Algoritmeanalyse

Ingredienser

Konkret  
eksempel

Opsummering

- 1 Oversigt
- 2 Kursusformat og -formaliteter
- 3 Mål med kursus
- 4 Indhold af kursus
- 5 Algoritmeanalyse
  - Ingredienser
  - Konkret eksempel
- 6 Opsummering