

CANTOR OG DEN

TRANSFINITE MÆNGDELEDE

1867 Ph.D - afhandling i Berlin
under Kummer og Kronecker

1869 'Habilitationsschrift'

1869 'Privatdozent' ved universitet
i Halle

Vigtige Publikationer

1872 Ueber die Ausdehnung eines Satzes aus
der Theorie der trigonometrischen Reihen

1878 Ein Beitrag zur Mannigfaltigkeitslehre

1888 Grundlagen einer allgemeiner
Mannigfaltigkeitslehre

1895, 1897 Beiträge zur Begründung der
transfiniten Mengenlehre

CANTOR: "...Theorie der Trigonometrischen Reihen"
(1872)

FUNDAMENTALFOLGE:

von rationalen Zahlen

$$a_1, a_2, \dots, a_n, \dots \quad (1)$$

vorliegt, welche die Beschaffenheit hat, daß die Differenz $a_{n+m} - a_n$ mit wachsendem n unendlich klein wird, was auch die positive ganze Zahl m sei, oder mit anderen Worten, daß bei beliebig angenommenem (positiven, rationalen) ε eine ganze Zahl n_1 vorhanden ist, so daß $|a_{n+m} - a_n| < \varepsilon$, wenn $n \geq n_1$ und wenn m eine beliebige positive ganze Zahl ist.

Diese Beschaffenheit der Reihe (1) drücke ich in den Worten aus: „Die Reihe (1) hat eine bestimmte Grenze b .“

SETZUNG DER ENTYDICHED AF TRIGONOMETRISK RÆKKE:

Theorem. Wenn eine Gleichung besteht von der Form

$$0 = C_0 + C_1 + \dots + C_n + \dots, \quad (1)$$

wo $C_0 = \frac{1}{2}d_0$; $C_n = c_n \sin nx + d_n \cos nx$, für alle Werte von x mit Ausnahme derjenigen, welche den Punkten einer im Intervalle $(0 \dots 2\pi)$ gegebenen Punktmenge P der v^{ten} Art entsprechen, wobei v eine beliebig große ganze Zahl bedeutet, so ist

$$d_0 = 0, c_n = d_n = 0.$$

CANTOR, CH: (EIN BEITRAG, 1878)

Da auf diese Weise für ein außerordentlich reiches und weites Gebiet von Mannigfaltigkeiten die Eigenschaft nachgewiesen ist, sich eindeutig und vollständig einer begrenzten, stetigen Geraden oder einem Teile derselben (unter einem Teile einer Linie jede in ihr enthaltene Mannigfaltigkeit von Punkten verstanden) zuordnen zu lassen, so entsteht die Frage, wie sich die verschiedenen Teile einer stetigen geraden Linie, d. h. die verschiedenen in ihr denkbaren unendlichen Mannigfaltigkeiten von Punkten hinsichtlich ihrer Mächtigkeit verhalten. Entkleiden wir dieses Problem seines geometrischen Gewandes und verstehen, wie dies bereits in § 3 auseinandergesetzt ist, unter einer *linearen* Mannigfaltigkeit reeller Zahlen jeden denkbaren Inbegriff unendlich vieler, voneinander verschiedener reeller Zahlen, so fragt es sich, in wie viel und in welche Klassen die linearen Mannigfaltigkeiten zerfallen, wenn Mannigfaltigkeiten von gleicher Mächtigkeit in eine und dieselbe Klasse, Mannigfaltigkeiten von verschiedener Mächtigkeit in verschiedene Klassen gebracht werden. Durch ein Induktionsverfahren, auf dessen Darstellung wir hier nicht näher eingehen, wird der Satz nahe gebracht, daß die Anzahl der nach diesem Einteilungsprinzip sich ergebenden Klassen linearer Mannigfaltigkeiten eine endliche und zwar, daß sie gleich Zwei ist^[2].

Cantor to Dedekind

Halle, 5 January 74

As for the question with which I have recently occupied myself, it occurs to me that the same train of thought also leads to the following question:

Can a surface (say a square including its boundary) be one-to-one correlated to a line (say a straight line including its endpoints) so that to every point of the surface there corresponds a point of the line, and conversely to every point of the line there corresponds a point of the surface?

It still seems to me at the moment that the answer to this question is very difficult—although here too one is so impelled to say *no* that one would like to hold the proof to be almost superfluous.

Halle, 29 June 1877

Please excuse my zeal for the subject if I make so many demands upon your kindness and patience; the communications which I lately sent you are even for me so unexpected, so new, that I can have no peace of mind until I obtain from you, honoured friend, a decision about their correctness. So long as you have not agreed with me, I can only say: *je le vois, mais je ne le crois pas*. And so I ask you to send me a postcard and let me know when you expect to have examined the matter, and whether I can count on an answer to my quite demanding request.