Cormen et al. opgave 4.1-5:

$T(n) = 2T\left(\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor + 17\right) + n.$

Vi bruger substitutionsmetoden til at vise, at $T(n) \in O(n \log n)$. Mere præcist viser vi ved induktion over n, at der eksisterer en konstant c og et $n_0 \in \mathbb{N}$, så

$$T(n) \leq cn \log_2 n \text{ for alle } n \geq n_0.$$

Lad os først se på induktionsskridtet:

$$\begin{aligned}
T(n) &= 2T\left(\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor + 17\right) + n \\
&\leq 2c\left(\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor + 17\right) \log_2\left(\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor + 17\right) + n, \quad \text{iflg. ind.ant.} \\
&\leq 2c\frac{n+34}{2} \log_2\left(\frac{n+34}{2}\right) + n \\
&= cn \log_2\left(\frac{n+34}{2}\right) + 34c \log_2\left(\frac{n+34}{2}\right) + n \\
&= cn(\log_2(n+34) - 1) + 34c(\log_2(n+34) - 1) + n \\
&\stackrel{(*)}{\leq} cn(\log_2(n) + \frac{1}{2} - 1) + 34c(\log_2(n) + \frac{1}{2} - 1) + n, \quad \text{for } n \geq 100 \text{ (f.eks.)} \\
&= cn \log_2(n) - \frac{c}{2}n + 34c \log_2(n) - 17c + n \\
&\stackrel{(**)}{\leq} cn \log_2(n), \quad \text{for } c \geq 10 \text{ og } n \geq 1000 \text{ (f.eks.)}
\end{aligned}$$

$(*)$: $n \geq 100 \;\Rightarrow\; n + 34 \leq \sqrt{2}n$

$(**)$: $(n \geq 1000 \wedge c \geq 10) \;\Rightarrow\; \left(\frac{c}{2} - 1\right) n \geq 34c \log_2 n$

Vi kan bruge $n = 1000$ som basistilfælde. Da skal der gælde, at $T(1000) \leq 1000c \log_2(1000)$. Hvis vi vælger $c = \max\left\{10, \frac{T(1000)}{1000 \log_2(1000)}\right\}$, er vi på den sikre side.