

Skriftlig Reeksamen Diskrete Metoder til Datalogi (DM535)

Institut for Matematik og Datalogi
Syddansk Universitet, Odense

Tirsdag den 25. februar 2014 kl. 10–13

Eksamenssættet består af 6 opgaver på 3 nummererede sider (1–3).

Fuld besvarelse er besvarelse af alle 6 opgaver.

De enkelte opgavers vægt ved bedømmelsen er angivet i procent. Bemærk, at de enkelte spørgsmål i en opgave ikke nødvendigvis har samme vægt.

Der må gerne refereres til resultater fra lærebogen og øvelsesopgaverne. Henvisninger til andre bøger accepteres ikke som besvarelse af et spørgsmål.

Husk at begrunde dine svar!

Opgave 1 (10%)

Lad P være udsagnet

$$\exists x \in \mathbb{Z}: \forall y \in \mathbb{N}: x < y$$

- a) Angiv negeringen af P ; d.v.s. angiv $\neg P$.
Negeringsoperatoren (\neg) må ikke indgå i dit udsagn.
- b) Hvilket af de to udsagn, P og $\neg P$, er sandt?

Opgave 2 (15%)

Betragt funktionerne $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ og $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ defineret ved

$$\begin{aligned} f(x) &= 2x + 1 \\ g(x) &= x^2 - 1 \end{aligned}$$

- a) Angiv den inverse til f ; d.v.s. angiv f^{-1} .
- b) Har g en invers?
- c) Angiv den sammensatte funktion $g \circ f$.

Opgave 3 (20%)

Betragt matricerne $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ og $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$

a) Beregn $A + B$.

b) Beregn $A \cdot B$.

c) Vis, at $A^n = \begin{bmatrix} 2^n & 0 \\ 0 & 2^n \end{bmatrix}$.

Opgave 4 (30%)

Lad $A = \{1, 2, 3, \dots, 12\}$, og betragt følgende relation på A :
 $R = \{(a, b) \in A \times A \mid a \cdot b = 12\}$

a) Angiv samtlige elementer i R .

b) Er R refleksiv?

c) Er R symmetrisk?

d) Er R transitiv?

e) Er R en ækvivalensrelation?

f) Er R en partiel ordning?

Opgave 5 (10%)

Beregn følgende dobbeltsum

$$\sum_{i=1}^{10} \sum_{j=1}^5 i \cdot j$$

Opgave 6 (15%)

- Angiv største fælles divisor (greatest common divisor) og mindste fælles multiplum (least common multiple) af 15 og 60.
- Er 9 og 30 indbyrdes primiske?
- Angiv samtlige løsninger til følgende kongruens:

$$3x \equiv 2 \pmod{5}$$