

Skriftlig Eksamen

Diskrete Metoder til Datalogi (DM535)

Institut for Matematik og Datalogi
Syddansk Universitet, Odense

Torsdag den 15. januar 2014 kl. 10–13

Eksamenssættet består af 5 opgaver på 2 nummererede sider (1–2).

Fuld besvarelse er besvarelse af alle 5 opgaver.

De enkelte opgavers vægt ved bedømmelsen er angivet i procent. Bemærk, at de enkelte spørgsmål i en opgave ikke nødvendigvis har samme vægt.

Der må gerne refereres til resultater fra lærebogen og øvelsesopgaverne. Henvisninger til andre bøger accepteres ikke som besvarelse af et spørgsmål.

Husk at begrunde dine svar!

Opgave 1 (15%)

Angiv sandhedsværdien af hvert af nedenstående tre udsagn.

a) $\forall x \in \mathbb{N}: \forall y \in \mathbb{N}: x + y \geq 0$

b) $\forall x \in \mathbb{Z}: \forall y \in \mathbb{Z}: x + y \geq 0$

c) $\forall x \in \mathbb{Z}: \exists y \in \mathbb{Z}: x + y \geq 0$

Opgave 2 (15%)

a) Lad A og B være mængder, og lad

$$S_1 = \overline{A - B} \text{ og}$$

$$S_2 = \overline{A} \cup B.$$

Afgør, om $S_1 = S_2$.

b) Hvad er kardinaliteten af $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$?

Opgave 3 (20%)

Betragt matricen $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

a) Beregn $A + A$.

b) Beregn A^2 .

c) Vis, at $A^n = \begin{bmatrix} 1 & n \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$.

Opgave 4 (15%)

Lad $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, og betragt følgende relation på A :
 $R = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 5), (5, 1)\}$

- a) Angiv R^2 .
- b) Angiv den transitive lukning af R .

Opgave 5 (35%)

- a) Angiv største fælles divisor (greatest common divisor) og mindste fælles multiplum (least common multiple) af 20 og 70
- b) Hvilke af følgende kongruenser har en løsning?
 1. $2x \equiv 1 \pmod{3}$
 2. $4x \equiv 1 \pmod{6}$
 3. $3x \equiv 2 \pmod{3}$
 4. $3x \equiv 3 \pmod{6}$
- c) Angiv samtlige løsninger til følgende kongruenssystem

$$x \equiv 1 \pmod{3}$$

$$x \equiv 0 \pmod{4}$$

$$x \equiv 2 \pmod{5}$$