

DM547/MM537 – Ugeseddel 5

Uge 40

Forelæsning tirsdag d. 30/9

- Afsnit 5.1: Simpel induktion
- Afsnit 5.2: Stærk induktion

Øvelser

1. Afsnit 1.6: Opgave 7, 10, 13
2. Afsnit 1.8: Opgave 1, 3, 10, 12, 16, 20, 21
3. Afsnit 1.9:
 - Opgave 4
 - Opgave 5.
Hint: "A perfect square" er det samme som et kvadrattal. Tallene 1, 4, 9 og 16 er eksempler på kvadrattal.
 - Opgave 17, 18

SF-timer

Det er kun første-års-studerende på MM537, som har skemalagte SF-timer, men andre er selvfølgelig også meget velkomne til at mødes i deres studiegrupper og lave øvelserne.

SF-timerne i denne uge handler om induktion.

1. Den første øvelse handler om et spil.

I beskrivelsen af spillet har I brug for at vide, at $n \bmod 3 \neq 1$ betyder, at man får en rest forskellig fra 1, når man dividerer n med 3. D.v.s. der gælder f.eks., at $n \bmod 3 \neq 1$, hvis $n \in \{2, 3, 5, 6, 8, 9, \dots\}$.

Prøv at spille dette spil: Der er en bunke brikker, og to spillere skiftes til at fjerne 1 eller 2 brikker fra bunken (man bestemmer selv, om man vil fjerne 1 eller 2). Den spiller, der fjerner den sidste brik, har tabt.

Spil spillet nogle gange. Først med få brikker, og derefter med flere og flere brikker. Prøv at lægge mærke til, at den, der starter, altid kan vinde, hvis $n \bmod 3 \neq 1$, hvor n er antallet af brikker ved spillets start. Prøv at bevise dette ved hjælp af induktion. D.v.s. vis, at den der starter, har en vindende strategi, hvis $n \bmod 3 \neq 1$.

2. Den anden øvelse går ud på at bevise, at

$$\left(\frac{1}{2}\right)^0 + \left(\frac{1}{2}\right)^1 + \dots + \left(\frac{1}{2}\right)^n = 2 - \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

- Illustrer de første summer ved at farve brøkdele af et liniestykke af længde 2:

$n = 0$: |—————| |

$n = 1$: |—————|———| |

$n = 2$: |—————|—————| |

o.s.v.

- Observer, at størrelsen, der lægges til, altid er præcis halvdelen af det, der mangler for at dække hele liniestykket.
- Formuler observationen som et induktionsbevis.

SFV-timer i uge 39

De, som har skemalagte SF/SFV-timer, mødes i denne uge med deres vejledere og laver følgende øvelse:

En starter med at skrive et udsagn som tekst. Sidemanden skriver det som et logisk udsagn. Hans sidemand skriver det som tekst igen. Man kan evt. stoppe her og sammenligne de to tekster, eller man kan sende det hele vejen rundt. Hvis slut-teksten ikke er den samme som den oprindelige, undersøger man, hvor det gik galt.

Man kan f.eks. bruge udsagnene fra nogle af opgaverne i afsnit 1.5.