

Logik (Afsnit 1.1)

Matematisk sprog

Middel til at udtrykke sig kort og præcist

- giver overblik og klarhed.

Kan være nødv., når man skal specificere,

hvad et prog skal kunne.

(Logiske) udsagn: Enten sandt eller falsk

Eks: $1+1=2$ S

$3>5$ F

Logiske udsagn kan sættes sammen v.h.s.

logiske operatoren: $\vee \wedge \neg \Rightarrow \Leftrightarrow \oplus$

$\underbrace{1+1=2 \quad \vee \quad 3>5}_{\text{sammensat udsagn}} \quad S$

p, q : udsagn

$p \vee q$: „ p eller q “ (ikke enten eller)

mindst et af udsagnene p og q er sandt

$1+1=2 \quad \wedge \quad 3>5 \quad F$

$p \wedge q$: „ p og q “

både p og q er sandt

Logiske operationer kan defineres v.h.a. af

Sandhedstabeller

P	q	$P \vee q$	$P \wedge q$
S	S	S	S
S	F	S	F
F	S	S	F
F	F	F	F

P	q	$P \rightarrow q$	$P \cdot q$
1	1	1	1
1	0	0	0
0	1	1	0
0	0	1	0

$P \Rightarrow q$ "P medfører q" implikation
 hvis p er sand, er q også sand
 "hvis p, så q"
 "p, kun hvis q"

Eks: 3. sep. i dag $\Rightarrow$ Lene forelæser S/F?
 3. sep. i dag $\Rightarrow$ Lene hedder Jens S/F?
 10. sep. i dag $\Rightarrow$ Lene hedder Lene S/F?
 10. sep. i dag $\Rightarrow$ Lene giver kage S/F?

P	q	$P \Rightarrow q$	
S	S	S	} S medfører kun S.
S	F	F	
F	S	S	} F medfører "hvad som helst"
F	F	S	

$p \Rightarrow q$ udtrykker blot, hvad der sker, hvis p er opfyldt.

Eks: p : du har købt billet

q : du kan tage toget

$p \Rightarrow q$

„Hvis du har købt billet, kan du tage toget“

Hvad hvis du ikke har købt billet?

$p \Leftrightarrow q$ „ p hvis og kun hvis q “ biimplikation
 p er sand, hvis og kun hvis q er sand
D.v.s. p og q har samme sandhedsværdi.

„ p hvis q “

„ p er ensbetydende med q “

„ p og q er ækvivalente“

p	q	$p \Leftrightarrow q$	$p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow p$	$(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$
S	S	S	S	S	S
S	F	F	F	S	F
F	S	F	S	F	F
F	F	S	S	S	S

D.v.s. $(p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$

$\Leftrightarrow (p \Rightarrow q) \wedge (\neg p \Rightarrow \neg q)$ som vi skal se i Afsnit 1.3

Eks fra før:

Hvis du har billet, kan du tage toget

⇐ Hvis du kan tage toget, har du købt billet

Hvis du ikke har billet, kan du ikke tage toget

Eks 7, s. 18 (afsnit 1.2)

Riddere taler altid **sandt**

Knægte **lyver** altid

(1): A siger „B er ridder“

(2): B siger „Vi er forskellige slags“

Hvad er A og B?

Kan A være ridder?

A ridder $\stackrel{(1)}{\Rightarrow}$ B ridder $\stackrel{(2)}{\Rightarrow}$ A knægt $\nleftrightarrow$

D.v.s. A er knægt

A knægt $\stackrel{(1)}{\Rightarrow}$ B er knægt

Problemet blev ret simpelt af at formulere det logisk.

$\neg$: **negning**
„ikke“

p	$\neg p$
S	F
F	S

p	$1-p$
1	0
0	1

$p \oplus q$: eksklusiv eller

enten p eller q

p og q er forskellige

$$\text{D.v.s } p \oplus q \Leftrightarrow \neg(p \Leftrightarrow q)$$

$$\text{og } p \oplus q \Leftrightarrow \neg p \Leftrightarrow q$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{D.v.s } p \oplus q \Leftrightarrow \neg(p \Leftrightarrow q) \\ \text{og } p \oplus q \Leftrightarrow \neg p \Leftrightarrow q \end{array} \right\} \text{ d.v.s. } \neg(p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow \neg p \Leftrightarrow q$$

p	q	$p \oplus q$
S	S	F
S	F	S
F	S	S
F	F	F

Hvordan sætter man egentlig parenteser?

Præcedens: $\neg \wedge \vee \Rightarrow \Leftrightarrow$

$$\neg p \vee q \begin{cases} (\neg p) \vee q \\ \neg(p \vee q) \end{cases} \quad ?$$

$$p \vee q \wedge r \begin{cases} (p \vee q) \wedge r \\ p \vee (q \wedge r) \end{cases} \quad ?$$