

Sidste gay:  $\neg \wedge \vee \Rightarrow \Leftrightarrow$

Sandhedstabeller

- for operatorerne og for udsagn med flere op.

## Akivalenser (Afsnit 1.3)

Især Tabel 6-8 er vigtige (s. 25-26)

Gennemgår ikke dem alle, men læs dem selv,

og check, at I forstår dem!

Godt at slå op i!

„ $\equiv$ “ kan læses som „ $\Leftrightarrow$ “

Første ækvivalens i Tabel 7:

$$p \Rightarrow q \Leftrightarrow \neg p \vee q$$

Argument:

For begge udtryk gælder:

(1) Hvis  $p$  er sand, skal  $q$  også være det

(2) ———— „———“ falsk, er  $q$  uden betydning.

Sandhedstabel:

| $p$ | $q$ | $p \Rightarrow q$ | $\neg p \vee q$ |
|-----|-----|-------------------|-----------------|
| S   | S   | S                 | S               |
| S   | F   | F                 | F               |
| F   | S   | S                 | S               |
| F   | F   | S                 | S               |

} (1)

} (2)

Anden ækvivalens i Tabel 7:

$$p \Rightarrow q \Leftrightarrow \neg q \Rightarrow \neg p$$

Basis (to og to)

Vigtig ækvivalens.

Bruges bl.a. i kontrapositionsbeweis.

Eks fra sidst:

$p$ : du har købt billet

$q$ : du kan tage toget

$p$  sand:  $q$  skal også være sand

$p$  falsk:  $q$  er uden betydning

$$\neg q \Rightarrow \neg p$$

S  
F  
S  
S

## Opg. 20 s. 22 (afsnit 12)

5 venner har adgang til et chatrum

- (1) Kevin eller Heather eller begge chatter  $K \vee H$
- (2) Enten Randy eller Vijay chatter  $R \oplus V$
- (3) Hvis Abby chatter, chatter Randy også  $A \Rightarrow R$
- (4) Enten chatter både Vijay og Kevin eller ingen af dem  $V \Leftrightarrow K$
- (5) Hvis Heather chatter, chatter Abby og Kevin også.  $H \Rightarrow A \wedge K$

Hvem chatter?

Lad  $K$  være udsagnet "Kevin chatter".

$H$

Heather

$R$

Randy

$V$

Vijay

$A$

Abby

Chatter Kevin?

$$\neg K \stackrel{(1)}{\Rightarrow} H \stackrel{(5)}{\Rightarrow} A \wedge K \Rightarrow K \quad \downarrow$$

D.v.s.  $K$

$$\begin{aligned} K &\stackrel{(4)}{\Rightarrow} V \stackrel{(2)}{\Rightarrow} \neg R \stackrel{(3) \text{ og Tabel 7, linie 2'}}{\Rightarrow} \neg A \\ &\Rightarrow \neg(A \wedge K) \stackrel{(5) \text{ og Tabel 7, linie 2'}}{\Rightarrow} \neg H \end{aligned}$$

D.v.s. Kevin og Vijay chatter.

Her hjalp det at tænke logisk og struktureret  
og at udtrykke sig kort og præcist (det gav overblik).

Tabel 6 :

Notre simple, notre l'été me complémente :

Distributive law: (lidt som at gange ind i parentes)

$$(1) \quad p \vee (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$

$$(2) \quad p \wedge (q \vee r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$$

Beis to go to!

Beris:

(1)  $\rho$  sand: begge udtryk sande

p falsk: sande, huiss  $g \wedge r$

(2)  $p$  sand: sande, huiss qvr

p falsk : falsk

$p$   $q$   $r$

|   |   |   |
|---|---|---|
| S | S | S |
| S | S | S |
| S | S | S |
| S | S | S |
| F | S | S |
| F |   | S |
| F |   | F |
| F |   | F |
|   |   | F |
| S |   | S |
| S |   | S |
| S |   | S |
| S | F | F |
| F |   | F |
| F |   | F |
| F |   | F |
| F |   | F |

## De Morgans Law:

$$(1) \quad \neg(p \wedge q) \quad \Leftrightarrow \quad \neg p \vee \neg q$$

$$(2) \quad \neg(p \vee q) \Leftrightarrow \neg p \wedge \neg q$$

Basis: opgave til næste uge

Ben's: Tabel 3, s. 24

Eks:

$$\begin{array}{l} \neg (5 < 7 \wedge 2^4 = 2 \cdot 4) \\ \Downarrow \\ 5 \geq 7 \vee 2^4 \neq 2 \cdot 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \Uparrow \quad 7(3.5 \geq 4.4 \quad \vee \quad 2.6 > 4.4) \\ \quad \quad 3.5 < 4.4 \quad \wedge \quad 2.6 \leq 4.4 \end{array}$$

Lidt mere terminologi: (Def. 1.3.1, s. 23)

Tautologi: Sammensat udsagn, som er **sandt**,  
uanset sandhedsværdier af de udsagn,  
som indgår.

Eks:  $p \vee \neg p$   
 $p \Rightarrow p$   
 $p \Rightarrow q \Leftrightarrow \neg p \vee q$  (og alle de andre  
økv. i afsnit 1.3)

Modstrid: Sammensat udsagn, som er **falsk**,  
(contradiction) uanset s.v. af de udsagn, der indgår.

Eks:  $p \wedge \neg p$   
 $p \Leftrightarrow \neg p$   
 $p \oplus p$

Kontingens: Sammensat udsagn, som hverken er en tautologi  
eller en modstrid.

Eks:  $p \vee q$   
 $p \Rightarrow q$   
 $p \Rightarrow \neg p$

## Kvantorer (afsnit 1.4)

④ Er  $x < 2x$  ?

Lad  $P(x)$  være udsagnet  $x < 2x$

$P(x)$  er et åbent udsagn

$x$  er en fri variabel

" $< 2x$ " er et prædikat

$P(-1)$  er falsk

$P(0)$  er falsk

$P(1)$  er sand

Mer generelt:

$P(x)$  er sand, hvis  $x > 0$ .

D.v.s.

$$P(1) \wedge P(2) \wedge P(3) \wedge P(4) \wedge \dots$$

Eller:

$$1 < 2 \cdot 1 \wedge 2 < 2 \cdot 2 \wedge 3 < 2 \cdot 3 \wedge 4 < 2 \cdot 4 \wedge \dots$$

Kan skrives meget kortere:

universet/domænet

$\forall x \in \mathbb{Z}^+ : x < 2x$  S

↑ "For alle"

↑ "gælder"

(udelades nogle gange)

udsagn (d.v.s. har en sandhedsværdi)

$x$  er en bunden variabel

Endnu kortere:

$$\forall x \in \mathbb{Z}^+ : P(x) \quad S$$

Udvid universet:

$$\forall x \in \mathbb{Z} : x < 2x \quad F \quad (\text{Eks: } x = -1)$$

$$\exists x \in \mathbb{Z}^+ : x + 3 \leq 2x$$

↑ "Der eksistens"  
 ↑ "universet / domænet"  
 ↑ "sådan at" (udlades nogle gange)  
 ↑ "bunden variabel"  
udsagn

S (Eks:  $x=10$ )