

Matricer (afsnit 2.6)

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} 2 \text{ rækker} \\ 3 \text{ søjler} \end{array}$$

A er en 2×3 -matrix

Matrix-regning kan bruges til at løse ligningssystemer med flere ubekendte.

Bruges også meget til computergrafik.

Addition

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \end{bmatrix}$$

$$C = A+B = \begin{bmatrix} 2+1 & 3+1 & 4+0 \\ 1+0 & 0+1 & 2+0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 4 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$$

A og B kan lægges sammen, fordi de har samme dimensioner, men de kan ikke ganges.

Multiplikation:

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \textcircled{3} \times \textcircled{3} \text{ matrix}$$

$$\begin{aligned} A \cdot D &= \begin{bmatrix} 2 \cdot 1 + 3 \cdot 1 + 4 \cdot 2 & \textcircled{2 \cdot 2 + 3 \cdot 1 + 4 \cdot 0} & 2 \cdot 0 + 3 \cdot 1 + 4 \cdot 1 \\ 1 \cdot 1 + 1 \cdot 0 + 2 \cdot 2 & 1 \cdot 2 + 0 \cdot 1 + 2 \cdot 0 & 1 \cdot 0 + 0 \cdot 1 + 2 \cdot 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 13 & 7 & 7 \\ 5 & 2 & 2 \end{bmatrix} = E \quad \textcircled{2} \times \textcircled{3} \text{ matrix} \end{aligned}$$

$$e_{ij} = a_{i1}d_{1j} + a_{i2}d_{2j} + a_{i3}d_{3j} = \sum_{k=1}^3 a_{ik}d_{kj}$$

Generelt:

$$\begin{matrix} k & \boxed{F} \\ & \textcircled{m} \end{matrix} \times \begin{matrix} \textcircled{m} & \boxed{G} \\ & n \end{matrix} = \begin{matrix} k & \boxed{H} \\ & n \end{matrix}$$

$$h_{ij} = \sum_{k=1}^m f_{ik} g_{kj} \quad - \quad m \text{ mult.}$$

H har $k \cdot n$ pladser
D.v.s. ialt $k \cdot m \cdot n$ mult.

D.A er ikke defineret:

$$\begin{bmatrix} \textcircled{1} & \textcircled{2} & \textcircled{0} \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \textcircled{2} & 3 & 4 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$A \cdot A$ er heller ikke defineret.

Mw det er $D \cdot D$, for D er kvadratisk,
d.v.s. #rækker = #søjler

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A \cdot B = \begin{bmatrix} 2+1 & 0+1 \\ 0+1 & 0+1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \neq$$

$$B \cdot A = \begin{bmatrix} 2+0 & 2+0 \\ 1+0 & 1+1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

D.v.s. matrix-mult. er ikke kommutativ.

Gælder der så heller ikke, at

$$D \cdot D^2 = D^2 \cdot D \quad ?$$

Jo, for matrix-mult. er assosiativ:

$$(M_1 \cdot M_2) \cdot M_3 = M_1 \cdot (M_2 \cdot M_3)$$

Neutrale matrixer

$$A + 0 = A$$

$$0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Neutral matrix m.h.t. + :

$$m_{ij} = 0$$

$$A \cdot I_3 = A$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$I_2 \cdot A = A$$

Neutral matrix m.h.t. $\cdot$:

$$m_{ii} = 1$$

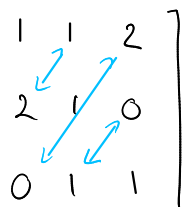
$$m_{ij} = 0, \quad i \neq j$$

Identitetsmatrix

Transponering

$$A^t = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 0 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$$

Byt om på rækker og søjler : $m_{ij}^t = m_{ji}$

$$D^t = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$


Kvadratiske matrixer : spejl omkring diagonalen

Hvis $M = M^t$, er M symmetrisk