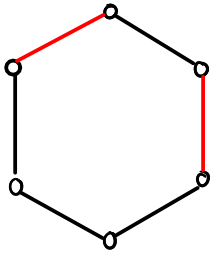
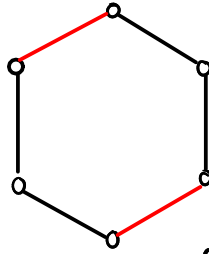


Sidste gang

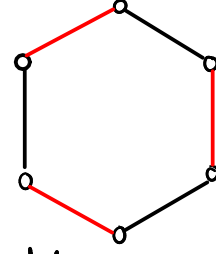
Pardannelser / matchings



Pardannelse



Maksimal
pardannelse

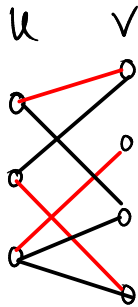


Maksimum
pardannelse

Grafklasser

Komplette grafer, kredse, hjul, hypercubes

Todelte grafer, komplette todelte grafer



Komplet pardannelse fra U til V
(alle knuder i U er matchet)

Halls Sætning:

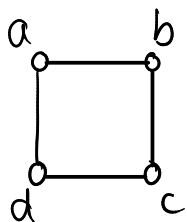
$\exists$ komplet pardannelse fra U til V
 $\Leftrightarrow \forall A \subseteq U: |N(A)| \geq |A|$

Representation af grafer

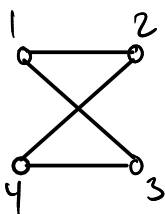
Adjacenslister

Adjacensmatricer

Isomorfi

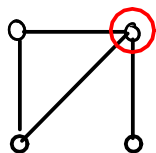


og

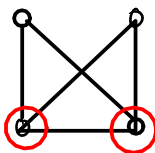


er isomorfe

$a \rightarrow 1$
 $b \rightarrow 2$
 $c \rightarrow 4$
 $d \rightarrow 3$



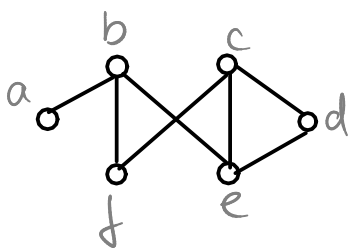
og



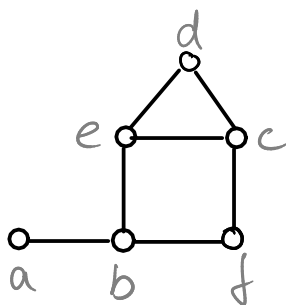
er ikke isomorfe

1 knude
med grad 3

2 knuder
med grad 3



og



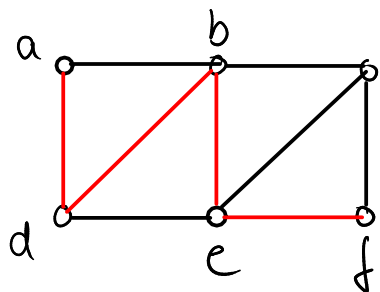
er isomorfe

Graf-sammenhæng

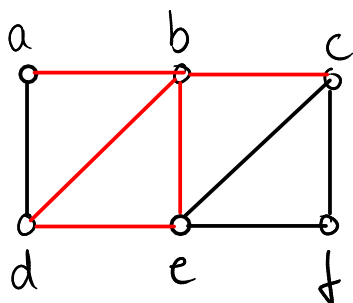
Afsnit 10.4

Stier & kredse

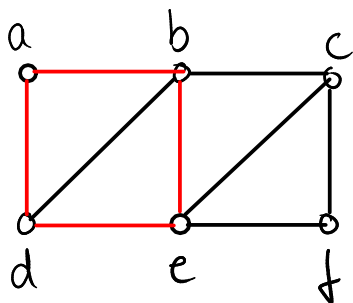
Eks : (Def. 10.4.1)



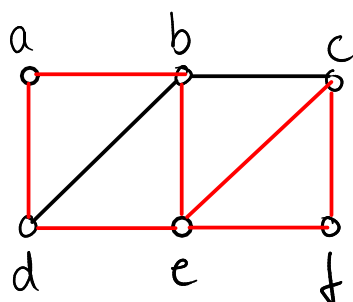
a, d, b, e, f er en
simpel sti af længde 4
(simple path)



a, b, d, e, b, c er en
sti af længde 5.

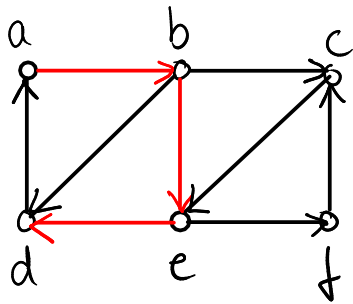


a, b, e, d, a er en
simpel kreds af længde 4
(simple circuit/cycle)

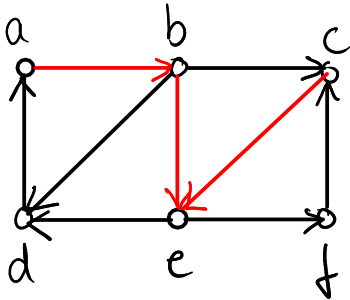


a, b, e, c, f, e, d, a er en
kreds af længde 7.

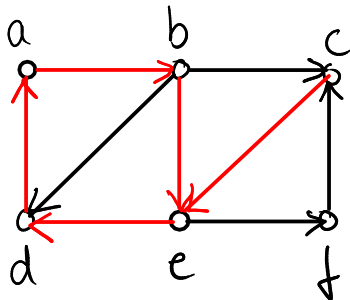
Ek 5 : (Def 10.4.2)



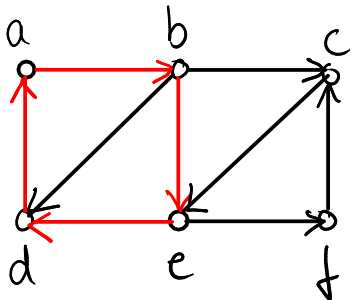
a, b, e, d er en simpel sti



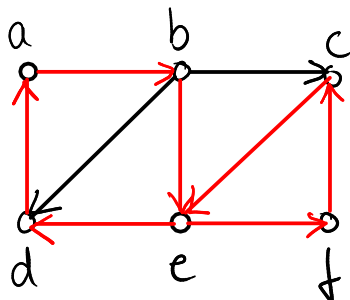
a, b, e, c er ikke en sti.



c, e, d, a, b, e er en sti.



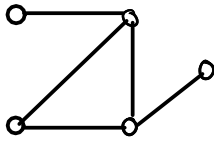
a, b, e, d, a er en simpel kreds



a, b, e, f, c, e, d, a er en kreds

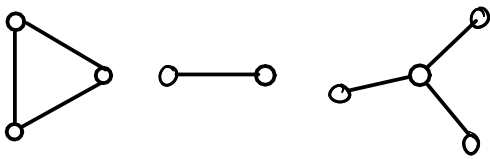
Sammenheng

Eks:



er **Sammenhængende**, fordi
der er en sti ml. ethvert par af knuder
(Def. 10.4.3)

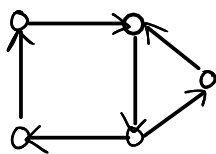
Eks:



har 3 **Sammenhængskomponenter**
↑
maksimal sammenhængende delgraf

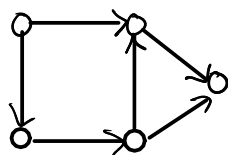
Sammenhængskomponenterne kan identificeres med et enkelt
graf-gennemløb (BFS/DFS)

Eks:



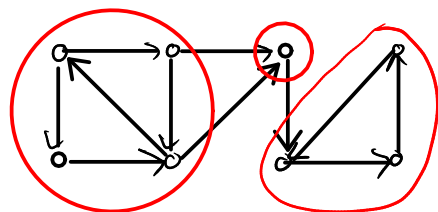
er **stærkt sammenhængende**, fordi:
for ethvert knudepar u, v er der en sti
fra u til v . (Def. 10.4.4)

Eks:



er **svagt sammenhængende**, fordi:
den underliggende ikke-orienterede graf
er sammenhængende.
(Def. 10.4.5)

Eks:



har 3 **stærke sammenhængs-**
komponenter, d.v.s. maksimale
delgrafer, som er stærkt smh.

Bemærk: De stærke sammenhængskomponenter er disjunkte.
Er det tilfældigt?

Stærke smh.komponenter kan findes v.h.a. to gange DFS.
Mere om dette i DM507.

Endnu en grafklasse:

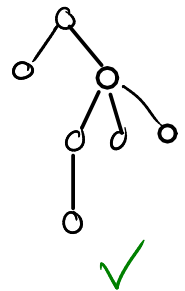
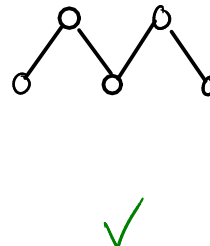
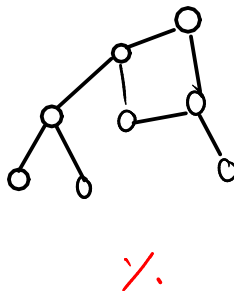
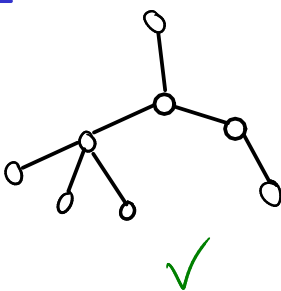
Træer (afsnit 11.1)

Def 11.1.1

Et **træ** er en ikke-orienteret, sammenhængende, acyklisk graf

En graf bestående af træer kaldes en **skov**.
D.v.s. en skov er en acyklisk graf, som ikke nødvendigvis er smh.

Eks:



Stoering 11.1.1

$G = (V, E)$: ikke-orienteret graf

$\Updownarrow$ G er et træ

$\forall u, v \in V: \exists!$ sti ml. u og v

Bevis:

⇓: Mindst én sti:

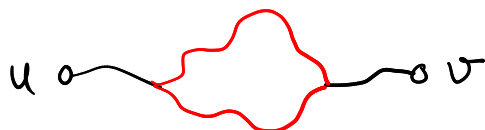
Træ $\xRightarrow{\text{Def. 11.1.1}} \text{smh.} \xRightarrow{\text{Def. 10.4.3}} \text{sti ml. hvert knudepar}$

Højst én sti:

Træ $\xRightarrow{\text{Def. 11.1.1}} \text{acyklisk}$

acyklisk $\Rightarrow$ højst én sti ml. hvert knudepar:

Kontraposition: To stier $\Rightarrow$ **kreds**

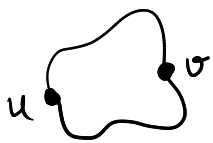


De to veje splitter op (ved u eller senere) og samles igen (ved v eller tidligere).

⇑: Mindst en sti ml. hvert knudepar $\Rightarrow$ smh.

Højst ————— $\Rightarrow$ acyklisk:

Kontraposition:



$\exists \text{ kreds} \Rightarrow$

$\exists \text{ knudepar med to stier imellem sig}$

D.v.s.

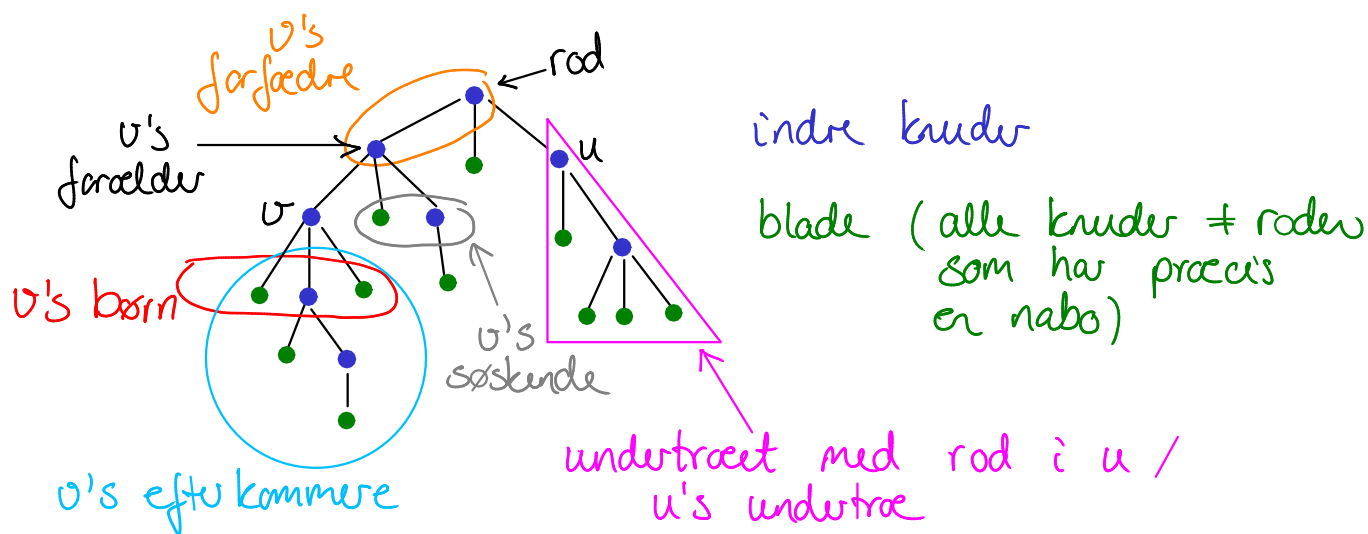
Præcis er sti ml. knudepar $\Rightarrow$ smh. og acyklisk

$\xRightarrow{\text{Def. 11.1.1}} \text{træ}$

□

Træer med rod

(rooted trees)



Sætning 11.1.2

Et træ med n knuder har $n-1$ kanter

Bevis: Induktion over n

Basis: $n=1$

Et træ med 1 knude har 0 blade

Ind.ant: $n=k$

Et træ med k knuder har $k-1$ kanter

Ind. skridt: $n = k+1$

T : vilkårligt træ med n knuder

Vælg vilkårlig knude i i T som rod.

Vælg vilkårligt blad v

Lad u være v 's forælder

T' : opnås ved at slette v og $\{u, v\}$ fra T .

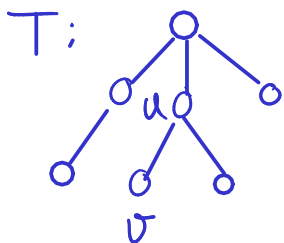
T' har $n-1$ knuder (en knude mindre end T)

D.v.s. T' har $n-2$ kanter, ifølge ind. ant.

D.v.s. T har $n-2+1 = n-1$ kanter
 $\{u, v\}$

□

Illustration:



n knuder $\Rightarrow$ $n-1$ knuder

$n-1$ kanter $\Leftarrow$ $n-2$ kanter,
ifølge ind. ant.

