

Eksamen i Martingales og stokastisk integration

Pensum for efteråret 2015

Kursets indhold:

Betingede middelværdier, martingales, deres anvendelser og konvergensforhold, stoppetider, Den Brownske bevægelse (Wienerprocessen), Itointegralet og de tilhørende repræsentationssætninger, stokastiske differentialligninger, Ito diffusionsprocesser, Girsanovs sætninger, finansielle markeder og Girsanovs sætningers anvendelser på disse.

Pensum:

- Notes for the lectures (Resumé of the lectures): 1–19.
- Brownian motion and stochastic integration: 1–27, eksemplet side 29.
- Redskaber til Ito's repræsentationssætning m.v: Afsnit 2, 3 og 4, side 7–10.

De vigtigste ting i afsnit 1 er også indeholdt i de øvrige noter, og resten handler om holomorfe funktioner og Fouriertransformen, som skal bruges i beviset for repræsentationssætningen. I skal her blot vide, hvad holomorf betyder og kende korollar 1.9 uden bevis. I skal også lige kunne inversionssætningen 1.3 uden bevis. I skal selvfølgelig ikke vise, at funktionen G er holomorf.

- Doob's ulighed m.v: 7–10
- Øksendals bog, 6. udgave: Afsnit 4.2, Afsnit 7: 7.1.1, 7.1.2 uden bevis, 7.2.1, 7.2.3, 7.2.4 uden bevis, 7.3.1, 7.3.2, 7.3.3, 7.4.1 (se også noterne "Redskaber til ..." side 9 om Dynkins formel), 7.4.2. Afsnit 8: 8.1.1, 8.6.1 uden bevis (vi har jo vist sætningen i dimension 1 i noterne), 8.6.6, (som i noterne om stokastisk integration er vist i dimension 1 som korollar 6.6). Afsnit 12: Til og med Sætning 12.3.10.
- I "Noter om Hilbertrum og indre produkter" og "Facts om ortonormale baser" skal I kende projektionssætningen og egenskaberne ved ortonormalfølger og ortonormale baser, således at I kan anvende begreberne i kurset. Disse noter er med andre ord "hjælpenoter" til kurset.

Spørgsmål til den mundtlige eksamen:

1. Betingede middelværdier og deres egenskaber.
2. Martingales, stoppetider(i diskret tid) og Doobs optional sampling sætning.
3. Doob's opkrydningssætning og Martingalekonvergenssætningen.

4. Den Brownske bevægelse.
5. Itointegralet.
6. Ito's repræsentationssætning og martingalerepræsentationssætningen.
7. Levys karakterisering af den Brownske bevægelse.
8. Girsanovs sætninger.
9. Finansielle markeder og europæiske optioner.
10. Finansielle markeder og amerikanske optioner.

Der vil blive tilbagelægning af de trukne spørgsmål.

Definitioner og begreber, I SKAL kunne:

Betingede middelværdier, martingales (ligeledes sub- og supermartingales), den Brownske bevægelse, Itointegralet, stokastiske differentialligninger, Ito diffusionsprocesser, stoppetider, finansielle markeder, værdiprocesser og porteføljer, europæiske og amerikanske optioner.