

DM507 – Ugeseddel 2

Forelæsningen torsdag den 16. februar er aflyst, da forelæseren er i udlandet.

Forelæsninger i uge 5

Mandag 30/1

- Introduktion af kurset (slides, Cormen et al. kapitel 1).
- Eksempel på algoritmeanalyse: puslespil fra *Jul i Valhalla* (slides, noter om puslespil (Gerth Brodal)).

Torsdag 2/2

- Asymptotisk notation (slides, Cormen et al. afsnit 3.1).

Forelæsninger i uge 6

Mandag 6/2 (forventet indhold)

- Invarianter (slides, Cormen et al. afsnit 7.1 og 2.1–2).
- Flere eksempler på algoritmeanalyse: Partition, InsertionSort (slides, Cormen et al. afsnit 7.1 og 2.1–2).

Øvelsesopgaver i uge 6

Onsdag 8/2 (M1 og S7)

- Cormen et al. øvelse 2.1-1 (side 22).

- Implementer InsertionSort (side 18) i Java. Test at din kode fungerer ved at generere arrays med forskelligt indhold og sortere dem. [NB: Bogens pseudokode indekserer arrays startende med index 1, mens Java starter med index 0. Man kan evt. i Java bruge et array af længde $n + 1$ og blot aldrig bruge index 0—så kan bogens pseudo-kode bruges direkte].]
- Tilføj tidtagning af din kode ved at indsætte to kald til metoden `System.currentTimeMillis()`, eet i starten af InsertionSort og eet i slutningen (slå funktionaliteten af metoden op i Javas online dokumentation). Der skal ikke tages tid på den del af programmet som genererer array'ets indhold.
- Kør din kode med mindst 5 forskellige værdier af n (antal elementer at sortere). Vælg værdier som får programmet til at bruge mellem 100 og 5000 millisekunder. Gentag dette to gange, dels med sorteret input (best case for InsertionSort), dels med omvendt sorteret input (worst case for InsertionSort). Gentag hver kørsel tre gange og tag for disse gennemsnittet af antal millisekunder brugt. Dividér de fremkomne tal med henholdsvis n (for best case input) og n^2 (for worst case input), og check derved hvor godt analysen passer med praksis – de resulterende tal burde ifølge analysen være konstante (for best case tallene og for worst case tallene, hver for sig).
- Vis for $f(n) = 0.1 \cdot n^2 + 5 \cdot n^{1.5} + 5 \cdot n + 10 \cdot n^{0.5} + 25$ at $f(n) = \Theta(n^2)$ og $f = o(n^3)$. Hint: brug sætning fra slides om analyse af algoritmers køretider (står også i sidste opgave nedenfor).
- Vis at følgende funktioner er skrevet op efter stigende asymptotisk voksehastighed:
 $1, \log n, \sqrt{n}, n/\log n, n, n \log n, n\sqrt{n}, n^2, n^3, n^{10}, 2^n$
Mere præcist, vis for alle par $f(n)$ og $g(n)$ af naboer i listen at $f(n) = o(g(n))$. Hint: brug sætninger fra slides om analyse af algoritmers køretider (står også i sidste opgave nedenfor).
- Cormen et al. øvelse 3.1-1 (side 52).
- Cormen et al. øvelse 3.1-4 (side 53).
- Cormen et al. øvelse 3.2-3 (side 60). Hint: brug Stirlings formel (formel (3.18)) for at vise formel (3.19).

- Ekstraopgave: Bevis (ud fra definitioner af $\Theta()$ og $o()$ og af begrebet grænseværdi) sætningerne

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(n)}{g(n)} = c > 0 \Rightarrow f(n) = \Theta(g(n))$$

og

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(n)}{g(n)} = 0 \Rightarrow f(n) = o(g(n))$$

fra slides om analyse af algoritmers køretider. Husk at definitionen af grænseværdi (jvf. matematik niveau A i gymnasiet, samt MM501) er: $\lim_{n \rightarrow \infty} h(n) = c$ hvis der for ethvert lille tal $\epsilon > 0$ findes et N_0 så $|h(n) - c| \leq \epsilon$ når $n \geq N_0$.

Bevis også sætningen

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^a}{b^n} = 0 \text{ for alle } a > 0 \text{ og } b > 1$$

og herudfra varianten

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{(\log_c N)^a}{N^d} = 0 \text{ for alle } a > 0 \text{ og } c, d > 1.$$

Hint til sidste: følg anvisningen på slides.

Torsdag 9/2 (S7) og fredag 10/2 (M1)

- Cormen et al. øvelse 2.1-3 (side 22).
- Cormen et al. øvelse 2.2-3 (side 29). Svar også for best-case køretid.
- Cormen et al. øvelse 2.2-2 (side 29).
- Cormen et al. øvelse 2.3-7 (side 39). Hint: start med at sortere tallene med en $O(n \log n)$ sorteringsalgoritme (som I gerne må bruge findes, selv om det ikke er gennemgået endnu i timerne).
- Cormen et al. opgave 2-2 (side 40).