

Logaritmer

Eksponentialfunktionen med grundtal 2 er $f(x) = 2^x$. Her er en tabel over nogle værdier for eksponentialfunktionen med grundtal 2:

x	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8
2^x	1/2	1	2	4	8	16	32	64	128	256

Se et plot af funktionen 2^x i Figur 1 på side 2.

Logaritmefunktioner er de omvendte funktioner til eksponentialfunktioner. Tabellen for logaritmefunktionen $\log_2(x)$ med grundtal 2 indeholder derfor disse værdier:

x	1/2	1	2	4	8	16	32	64	128	256
$\log_2(x)$	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8

Se et plot af funktionen $\log_2(x)$ i Figur 2 på side 3.

Som den omvendte funktion til 2^x opfylder $\log_2(x)$ per definition følgende:

$$y = \log_2(x) \Leftrightarrow 2^y = x. \quad (1)$$

Med andre ord er $\log_2 x$ det tal, som 2 skal opløftes i for at give x .

I det datalogiske område er tallet 2 det hyppigst forekommende grundtal for eksponentialfunktioner og logaritmefunktioner. Vi skriver ofte blot $\log(x)$ eller $\log x$ i stedet for $\log_2(x)$.

Følgende regneregler for logaritmefunktioner er kendt fra gymnasiet:

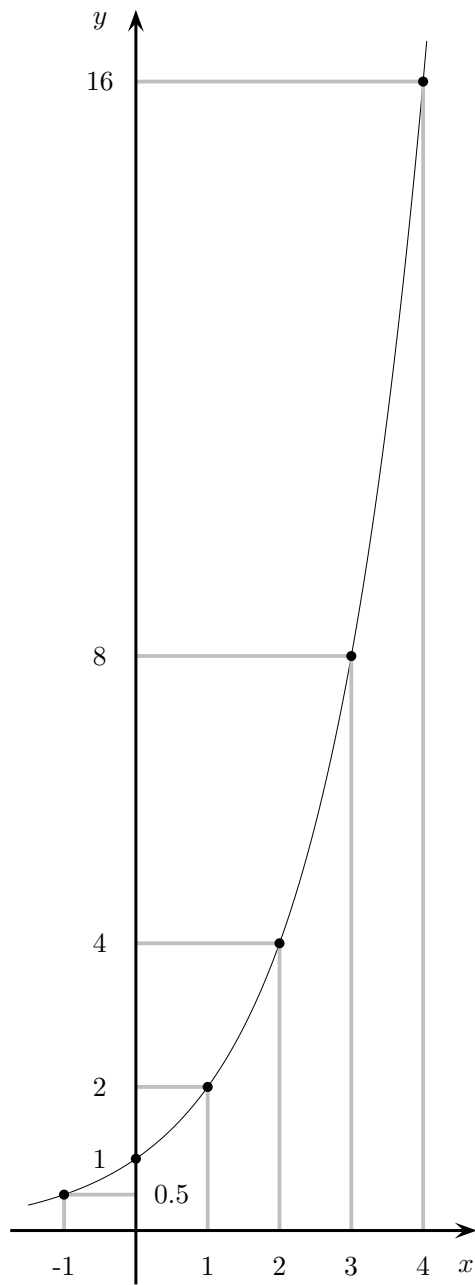
$$\log(x_1 \cdot x_2) = \log(x_1) + \log(x_2) \quad (2)$$

$$\log(x_1/x_2) = \log(x_1) - \log(x_2) \quad (3)$$

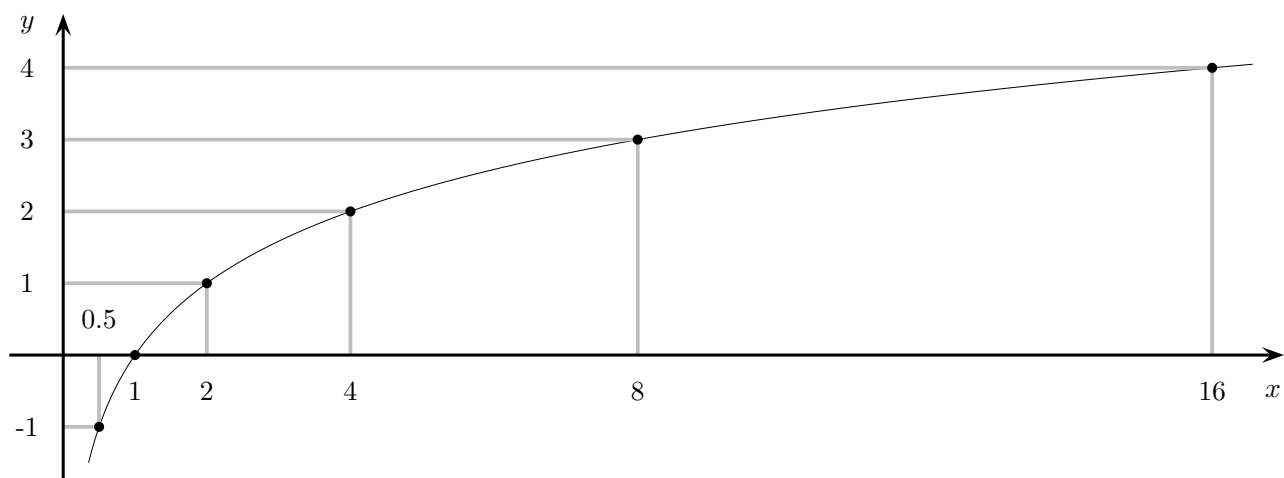
$$\log(x^r) = r \cdot \log(x) \quad (4)$$

Følgende regneregler viser, hvordan man kan finde $\log_a x$ ud fra $\log_b x$. Dermed kan man beregne alle logaritmer (alle grundtal a) ud fra én logaritme (grundtal b). F.eks. ud fra $\ln x$ (logaritmen med grundtal b lig Eulers tal) på sin lommeregner. Reglen viser også, at alle logaritmer er skaleringer af hinanden (skaleringsfaktor $1/\log_b(a)$). Derfor vil grundtallet i mange sammenhænge være ligegyldigt (endnu en grund til at udelade det fra notationen).

$$\log_a(x) = \frac{\log_b(x)}{\log_b(a)} = \frac{1}{\log_b(a)} \cdot \log_b(x) \quad (5)$$



Figur 1: Et plot af funktionen $y = 2^x$.



Figur 2: Et plot af funktionen $y = \log_2(x)$.